**Proporzionalità diretta e inversa**

La proporzionalità trova diverse applicazioni pratiche. Ne sono esempi la percentuale (vista come un rapporto), problemi del tre semplice e composto, problemi di ripartizione semplice, problemi di ripartizione composta e matematica finanziaria (interesse, sconto, …).  
Per tutti questi problemi è fondamentale stabilire, prima di impostare qualsiasi strategia risolutiva, se le grandezze coinvolte sono tra loro direttamente proporzionali o inversamente proporzionali.

|  |  |
| --- | --- |
| **Proporzionalità diretta** | **Proporzionalità inversa** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | |  | |
| Due grandezze variabili e tra di loro dipendenti sono direttamente proporzionali quando al raddoppiare, triplicare, ecc., di una anche il corrispondente valore dell’altra raddoppia, triplica, ecc. | | Due grandezze variabili e tra di loro dipendenti sono inversamente proporzionali quando al raddoppiare, triplicare, ecc., di una, il corrispondente valore dell’altra diventa la metà, un terzo, ecc. | |
| La distanza percorsa, a parità di velocità, è proporzionale al tempo trascorso.  In un tempo doppio, mantenendo una velocità costante, percorrerete una distanza doppia, in un tempo triplo percorrete una distanza tripla e così via.  Il costo pagato per acquistare dei quaderni, a parità di prezzo unitario, raddoppia se ne comperate il doppio, triplica se ne comperate il triplo e così via. | | Data una quantità di vino prefissata, quello disponibile per persona è inversamente proporzionale al numero di persone che siedono al tavolo (più sono le persone meno ne spetterà a ognuno).  Il tempo impiegato per compiere un dato lavoro è inversamente proporzionale al numero di operai impiegati (un maggior numero di operai richiede un minore tempo) | |
| Due grandezze variabili e tra di loro dipendenti sono direttamente proporzionali se è **costante il rapporto tra due valori** corrispondenti, qualunque sia la coppia di valori che si considera. | | Due grandezze variabili e tra di loro dipendenti sono inversamente proporzionali se è **costante il prodotto di due loro valori** corrispondenti, qualunque sia la coppia di valori che si considera. | |
| METODO DI RIDUZIONE ALL’UNITA’ | | METODO DI CALCOLO DEL TOTALE | |
| Distanza percorsa e tempo impiegato (velocità media)  Prezzo e quantità acquistata (quaderno da 1,50 euro) | | Lavoro in giorni uomo e numero di operai impiegati  Quantità di vino disponibile per persona (2 litri a disposizione e numero di persone variabile) | |
|  | |  | |
| La rappresentazione grafica è una semiretta avente l’origine nell’origine degli assi. |  | La rappresentazione grafica è un ramo di iperbole equilatera. |  |

Costante = valore che non cambia (usualmente indicata con *k costante di proporzionalità*)

Variabile = valore soggetto a cambiare

Variabile indipendente (*x*) = valore attribuito arbitrariamente

Variabile dipendente (*y*)= valore non scelto ma determinato dal valore attribuito alla variabile indipendente

|  |  |
| --- | --- |
| **Esempio 1.1**  ***Valentina e Giada con l’auto nuova in 4 ore percorrono 120 km. Quale distanza percorrerebbero in 8 ore mantenendo la stessa velocità media?***  Caso proporzionalità diretta (++)  velocità media120 km : 4 h = 30 km/h    Conoscendo la velocità media oraria (quanti km si percorrono in un’ora) è immediato calcolare la distanza percorsa in più ore. | **Esempio 2.1**  ***Pietro, Giacomo, Romeo e Tommaso sono in grado di portare a termine un lavoro in 4 giorni. Quanto impiegherebbero se fossero in 12?***  Caso proporzionalità inversa (+-)  lavoro da compiere in giorni uomo  giorni uomo  Conoscendo il totale stimato dei giorni uomo (come lavorasse un solo uomo) necessari a compiere un dato lavoro è immediato calcolare quanto impiegherebbero più uomini a compiere lo stesso lavoro. |

# ESEMPIO

Per confezionare 5 scatole regalo si utilizzando 1,5 di carta regalo. Calcola quanta carte serve per confezionare 48 scatole analoghe.

Si tratta di proporzionalità **diretta**.   
Due grandezze sono direttamente proporzionali se è costante il loro rapporto.

# Metodo della riduzione all’unità

La costante di proporzionalità è la quantità di carta che serve a rivestire un pacco.   
Si trova come **rapporto** tra l’area della carta utilizzate e il numero di scatole rivestite.

# Metodo del tre semplice

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Scatole  [numero]  5  48 | Carta pacchi  []  1,5 | Proporzionalità DIRETTA  Si scrive la proporzione seguendo le frecce |
| **Diretta**: si mettono frecce con lo stesso verso | |  |

# Dalla proporzione all’equazione.

Sempre seguendo le frecce abbiamo

Secondo principio di equivalenza

# ESEMPIO

Il Saulo e la Bea non hanno ancora deciso quale scala installare. Un primo progetto ne prevedeva una formata da 27 scalini ognuno dei quali era alto 22 cm. Ma hanno ancora una volta cambiato idea e, per renderla più comoda, riducono l’altezza degli scalini a 18 cm. Di quanti scalini sarà formata, se sarà mai fatta, tale scala?

Si tratta di proporzionalità **inversa**.   
Due grandezze sono inversamente proporzionali se è costante il loro prodotto.

# Metodo del calcolo del totale

La costante di proporzionalità è l’altezza totale della scala. Si trova come **prodotto** dell’alzata per il numero di gradini.

# Metodo del tre semplice

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| scalini  [numero]  27 | altezza  [cm]  22 cm  18 cm | Proporzionalità INVERSA  Si scrive la proporzione seguendo le frecce |
| **Inversa**: si mettono frecce con versi opposti | |  |

# Dalla proporzione all’equazione.

Sempre seguendo le frecce abbiamo

Secondo principio di equivalenza

# PROVA TU

Alessandro, David, Matteo e Sham, classe 2E 2020, organizzano, durante una mate ora, una festa a casa di Sham. Spendono per questo 60,00 € per cibi e “bevande”. Per mantenere una buona disponibilità di vivande se intendessero far partecipare alla festa anche Thomas, Sofia, Gaia e Mattea quanto dovrebbero spendere?

Un elefante beve circa 150 litri d’acqua al giorno (da 100 a 220 litri). Margherita si chiede di quanta acqua dovrebbe disporre per mantenere in casa per 10 giorni un elefante. Aiutiamola…

Per un banchetto di 120 persone il cuoco, al secolo certo Filippo, con la giacenza disponibile, può fornire agli ospiti porzioni da 80 grammi di pasta. Se dovesse servire, con la stessa quantità di pasta, 125 persone quanto sarebbe il peso di una porzione.

Irina guadagna 180 € in 6 ore. Pietro si chiede quanto mai guadagnerebbe lavorando 8 ore …

Sofia, l’altra, ha trovato un negozio di nuova apertura che offre, per promuovere il punto vendita, uno sconto del 15 % per una spesa superiore a 15 €. Facendo una spesa di 45 € quanto si verrebbe a pagare alla cassa.

Martina e Pietro, l’altro, per completare il lavoro di arte impiegano in tutto 6 ore. Quanto avrebbero impiegato se fossero stati aiutati da Sham?