

PERCORSI DI GEOMETRIA

Proposte ed esperienze didattiche



UbiMath

LUNEDÌ

2

DICEMBRE

ore 15:00

IC 2 - Margherita Hack - San Giovanni Lupatoto, Verona

GEOMETRIA PER LA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

Disuguaglianze triangolari

a cura di Ubaldo Pernigo

se è importante quello che si insegna,
lo è ancora di più come lo si insegna...

Costruibilità del triangolo

- La costruibilità di un triangolo può essere realizzata in classe
 - su carta con gli strumenti di disegno
 - con bastoncini di legno o cannucce
- Il modello su carta o a bastoncini è statico e legato allo specifico triangolo
- Si può realizzare un vero e proprio modello interattivo e studiare in meno tempo e preciso i casi particolari



Dati tre
bastoncini o
segmenti non
sempre
riesce la
costruzione di
un triangolo



laboratorio
operativo
estrazione a
sorte





Sei stato fortunato?

Scheda di lavoro

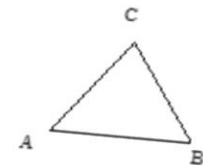
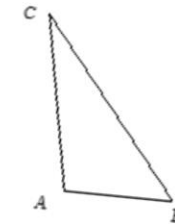
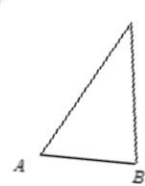
- Prima della realizzazione dinamica usando GeoGebra
- Può essere data per casa dopo il lavoro/scoperta con i bastoncini.



	AB	12	8	11	8	1,4	13	12	14	14	10	16	
LATI	BC	7	6	4	5	1,3	8	12	6	8	10	18	6
	CA	6	10	7	12	1,5	4	12	6	8	6	20	10
	Esiste?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	È isoscele?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	È rettangolo?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Spazio per i disegni.

Classifica in base ai lati e agli angoli i triangoli seguenti (AB, BC e CD sono lati del triangolo ABC).



Riga e compasso

Dati tre segmenti, che soddisfino la regola di costruibilità dei triangoli, è possibile costruire solo un tipo di triangolo.

Si disegna un segmento AB di lunghezza pari alla prima misura nota.

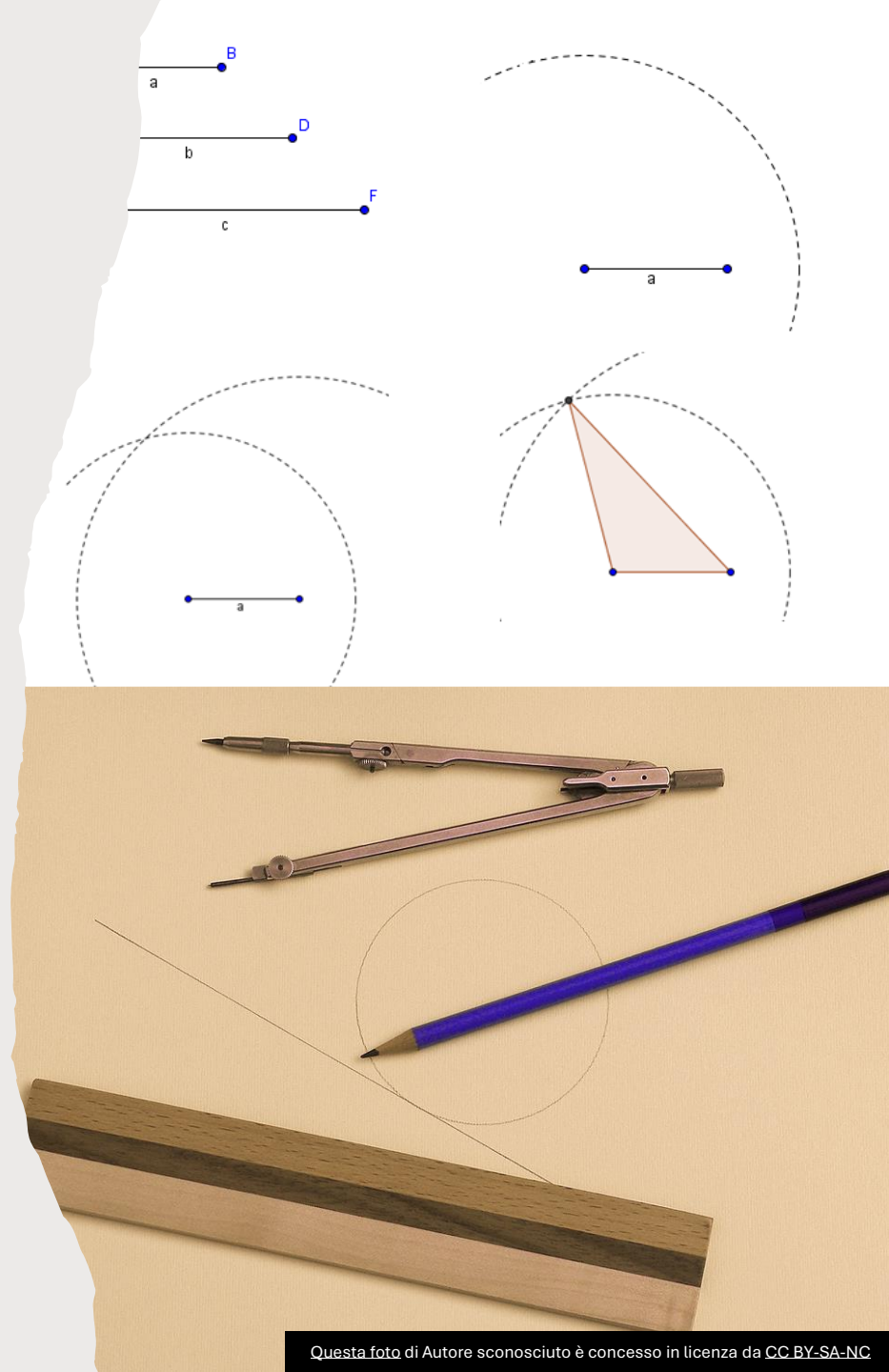
Si impone al compasso un'apertura pari alla seconda misura data.

Si traccia una circonferenza, con apertura pari a quella della seconda misura nota, con centro in uno dei vertici del segmento disegnato.

S'impone al compasso un'apertura pari alla terza misura.

Si traccia una circonferenza, con apertura pari a quella della terza misura nota, con centro nell'altro vertice del segmento disegnato e in modo che tale circonferenza intersechi la prima (punto C).

Si uniscono i vertici del segmento disegnato con tale intersezione. Si ottiene in questo modo il triangolo.





GeoGebra

Handwritten mathematical notes on a chalkboard background, including:

- Summation formula: $\sum_{k=2}^n x^{k-1} = \frac{x^n - 1}{x - 1}$
- Equation: $D(x) = -2 + 3 + 4 \cdot 31447$
- Equation: $\sqrt{a^2 + b^2} = x^2 \cdot \frac{1}{x}$
- Equation: $x^2 + y^2 = ab + 4c$
- Equation: $A \cap B, \frac{24+x}{y} + \frac{a^2+b^2}{c} + \frac{1}{x} = 9$
- Equation: $cx = 9ab + 1$
- Equation: $men = 384 + n^{20}$
- Equation: $x = 9.22$
- Equation: $\sum_{x=2}^{n=14!} N_{30} \cdot x - \frac{1}{2} [984 + x^2 + p]$
- Equation: $x \leq 549$
- Equation: $\beta = 9 + x^2 + y^2$
- Equation: $010112, 010002, 200010, 200110$
- Equation: $x=4$
- Diagram: A rectangle with a shaded area and an arrow pointing to the right.
- Diagram: A coordinate system with a curve and a point.
- Diagram: A triangle with a point inside.

GeoGebra

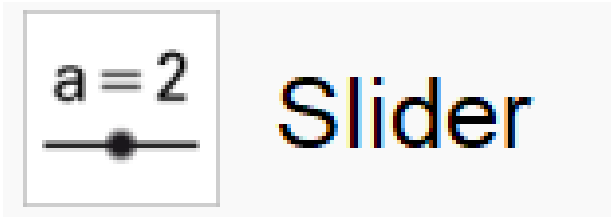
Triangolo_ClassificoAngoli_UbiMath_5.0.ggb

File Modifica Visualizza Opzioni Strumenti Finestra Guida

Algebra Grafici

- Angolo
 - $\alpha = 65.37^\circ$
 - $\beta = 57.32^\circ$
 - $\gamma = 57.32^\circ$
- Conica
 - $d: (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$
 - $e: (x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 29.16$
- Numero
 - $a = 5$
 - $b = 5$
 - $c = 5.4$
 - non esiste = 0
- Punto
 - $A = (1, 1)$
 - $B = (6, 1)$
 - $C = (3.08, 5.54)$
- Segmento
 - $a_1 = 5.4$
 - $b_1 = 5$
 - $b_2 = 5$
 - $c_1 = 5$
- Testo
 - testo1 = "Il triangolo NON è"
 - testo2 = "Il triangolo è ACU"
 - testo3 = "Il triangolo è OTTU"
 - testo4 = "Il triangolo è RETT"
- Triangolo
 - poli1 = 11.36
- Valore booleano
 - mostraangoli = true

Il triangolo è ACUTANGOLO



Slider

Numero Angolo Intero

Nome

Casuale

Intervallo Slider Animazione

min: max: Incremento:

OK Annulla

a = 1

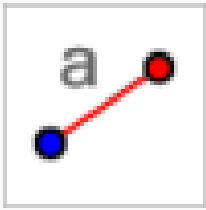


b = 1



c = 1





Segmento - lunghezza fissa

a = 1



b = 1



c = 1

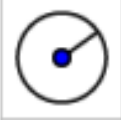


Segmento - lunghezza fissa

Lunghezza

OK Annulla

A



Circonferenza - centro e raggio

$$a = 6.3$$



$$b = 1$$



$$c = 1$$



Circonferenza - centro e raggio

Raggio

OK

Annulla

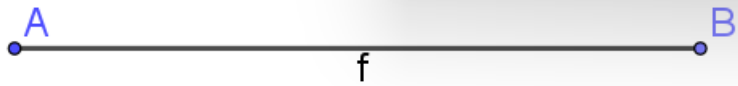
$$a = 6.3$$

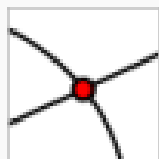


$$b = 4.7$$

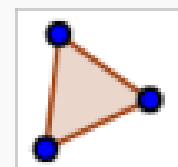


$$c = 2.1$$





Intersezione



Poligono

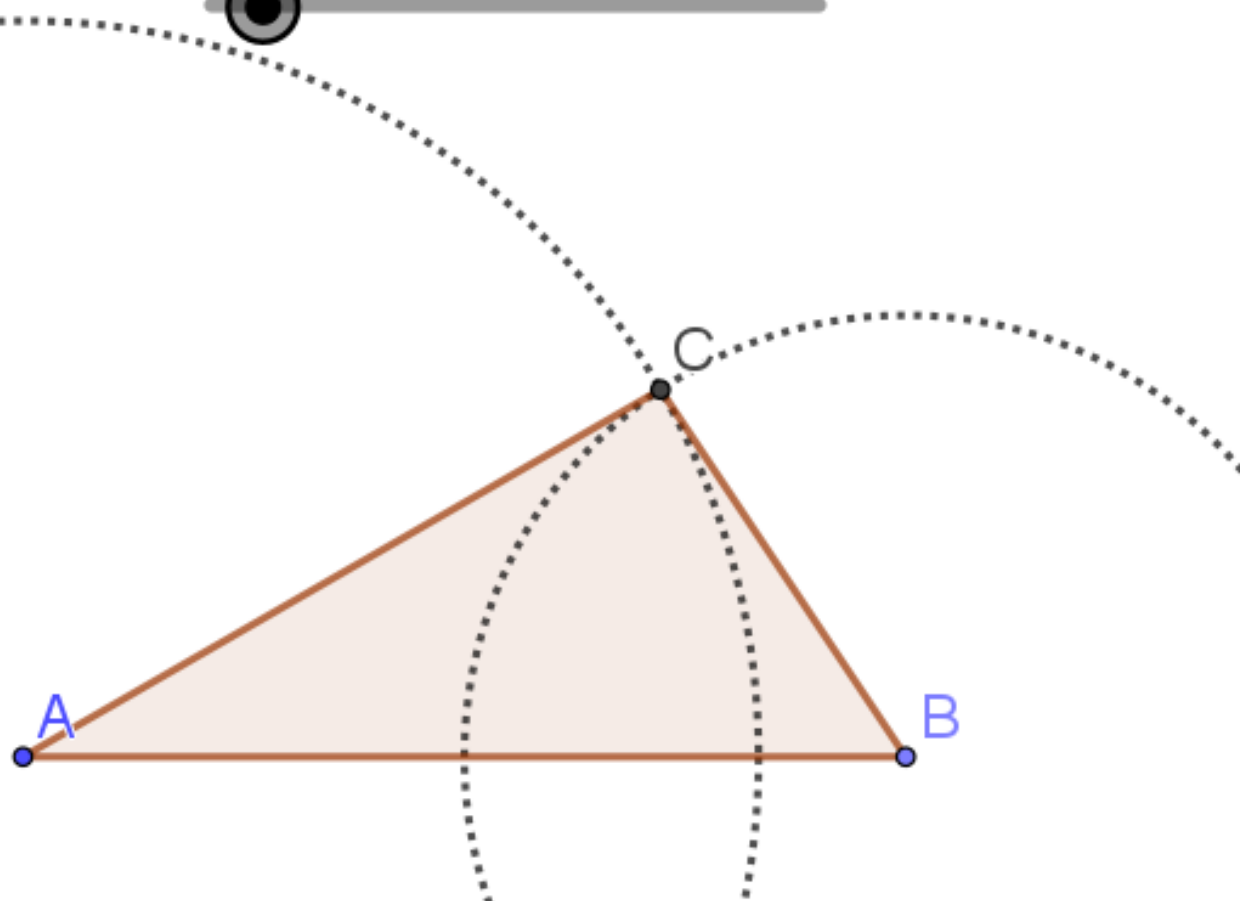
$a = 6$



$b = 5$

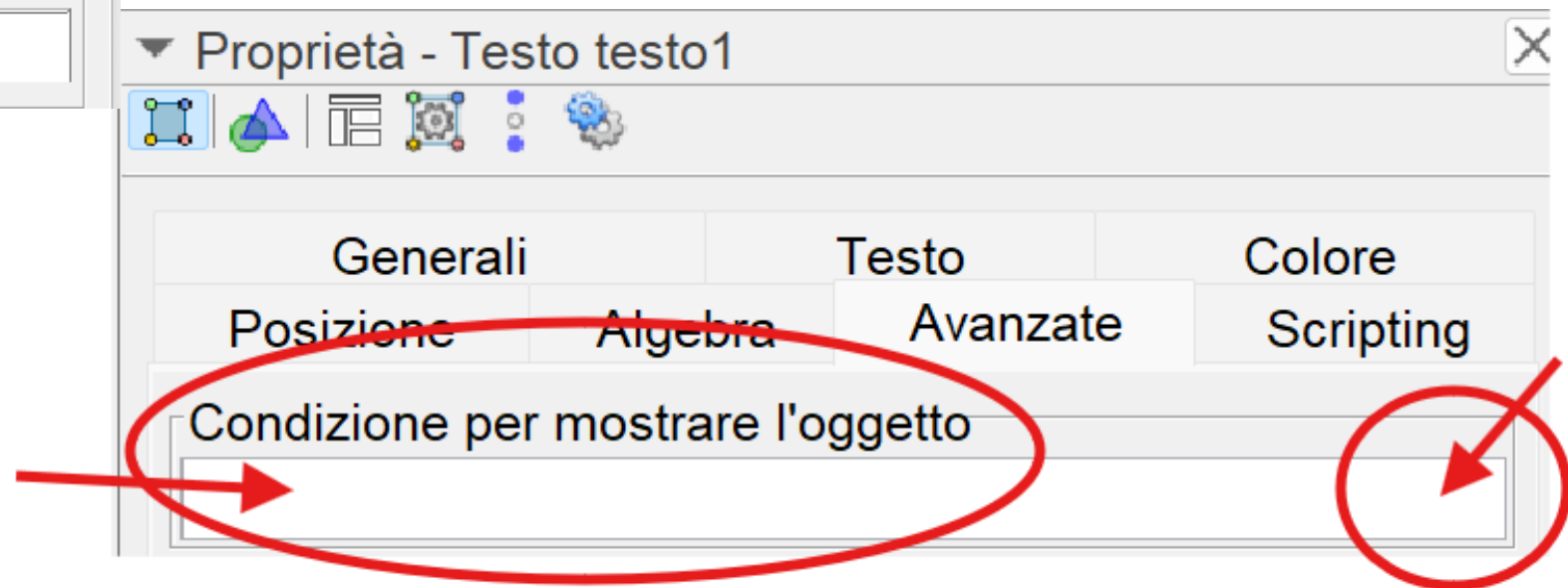
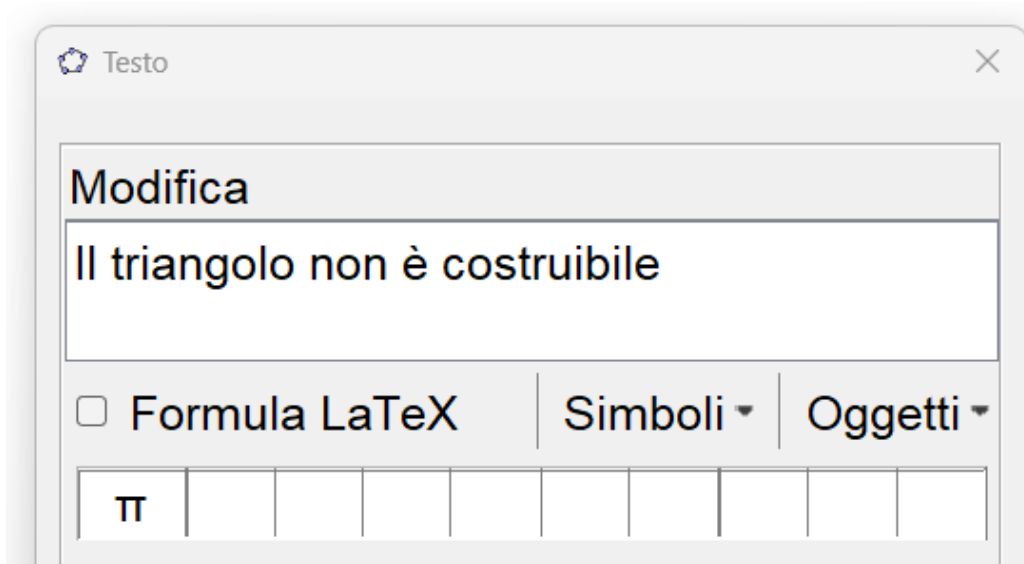


$c = 3$



Inserimento scritte

ABC Testo



Esistenza

Preferenze - Triangolo_ClassificoAngoli_UbiMath_5.0.ggb

Angolo
• α
• β
• γ

Conica
• d
• e

Numero
• a
• b
• c
○ nones

Punto
• A
• B
• C

Segmento

Generali Testo Colore Posizione Algebra Avanzate Scripting

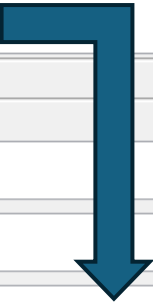
Condizione per mostrare l'oggetto
 $a \geq b + c \vee b \geq a + c \vee c \geq b + a$

Colori dinamici
Rosso:
Verde:
Blu:

RGB

Livello: 0

Tooltin: Automatica



Condizione per mostrare l'oggetto

$$a \geq b + c \vee b \geq a + c \vee c \geq b + a$$



Algebra

Testo

testo1 = "qqq"

Preferenze

Testo

testo1

Generali Testo Colore Posizion

Condizione per mostrare l'oggetto

Espressione logica che controlla la visibilità di un oggetto (sia grafico/algebrico sia testuale)

Colori dinamici

Red:

Green:

Blue:

RGB

Livello: 0

Tooltip: Automatica

 Consenti selezione

Posizione

α	β	γ	δ	ϵ	ζ	η	θ	κ	λ
μ	ξ	ρ	σ	τ	φ	ϕ	χ	ψ	ω
Γ	Δ	Θ	Π	Σ	Φ	Ω	∞	\otimes	\approx
\neq	\leq	\geq	\neg	\wedge	\vee	\rightarrow	\parallel	\perp	\in
\subseteq	\subset	$\not\subset$	\supset	\supseteq	\supsetneq	\circ	\cdot	\div	π
$\{$	$\}$	\approx	\cong	\approx	\sim	\forall	\exists	\neq	\in
$\$$	\cup	\cap	\cdot	\notin	\spadesuit	\heartsuit	\diamondsuit	\clubsuit	

OR (o)

AND (e) logico

pulsante per visualizzare i simboli (tra cui i connettivi logici NOT, AND e OR)

Accedi

8

9

Classificazione in base agli angoli

Condizione per mostrare l'oggetto

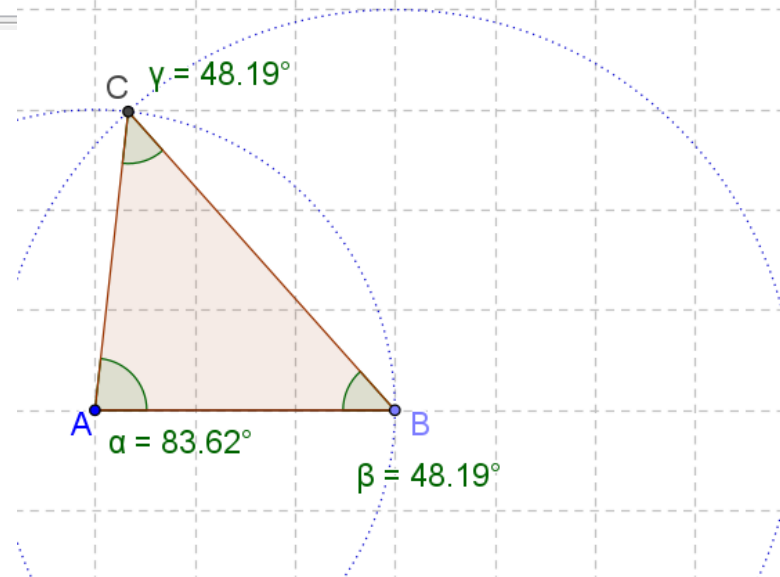
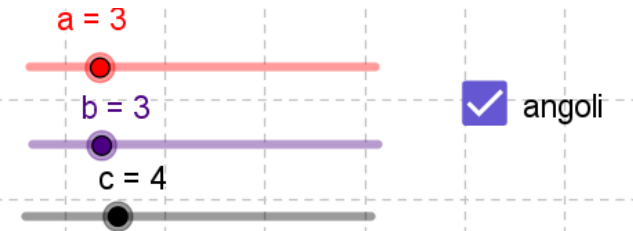
$$(\alpha > 90^\circ \vee \beta > 90^\circ \vee \gamma > 90^\circ) \wedge (\neg(\alpha \hat{=} 0^\circ \vee \beta \hat{=} 0^\circ \vee \gamma \hat{=} 0^\circ)) \wedge (\neg(a > b + c \vee b > a + c \vee c > b + a))$$

Condizione per mostrare l'oggetto

$$\alpha < 90^\circ \wedge \beta < 90^\circ \wedge \gamma < 90^\circ$$

Condizione per mostrare l'oggetto

$$\alpha \hat{=} 90^\circ \vee \beta \hat{=} 90^\circ \vee \gamma \hat{=} 90^\circ$$



Il triangolo è ISOSCELE

Acutangolo

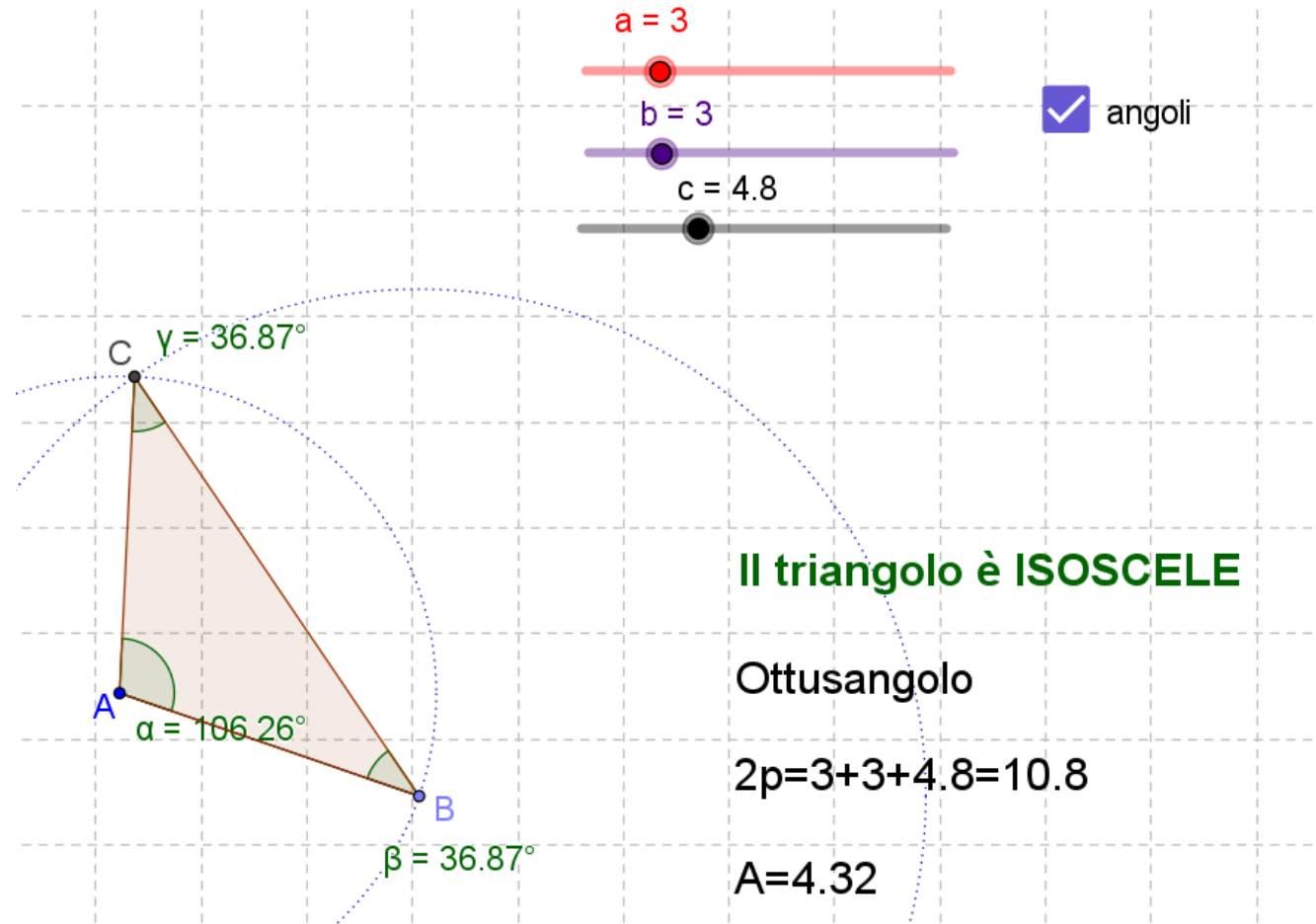
$$2p=3+3+4=10$$

$$A=4.47$$

Classificazione in base ai lati

Condizione per mostrare l'oggetto

$$a \cong b \cong c$$



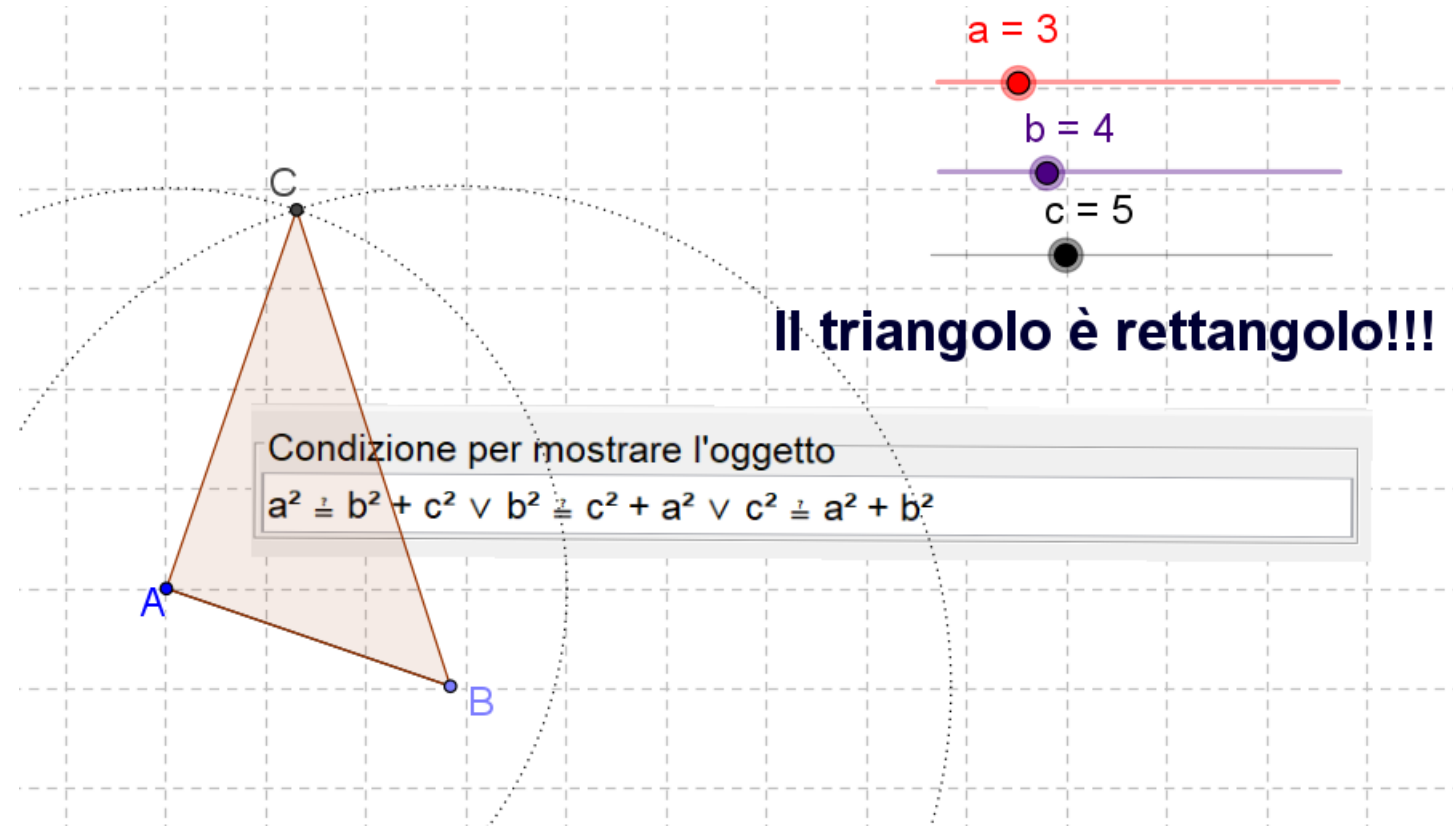
Condizione per mostrare l'oggetto

$$a \neq b \wedge b \neq c \wedge a \neq c \wedge (\neg(a + b \cong c \vee b + c \cong a \vee a + c \cong b)) \wedge (\neg(a > b + c \vee b > a + c \vee c > b + a))$$

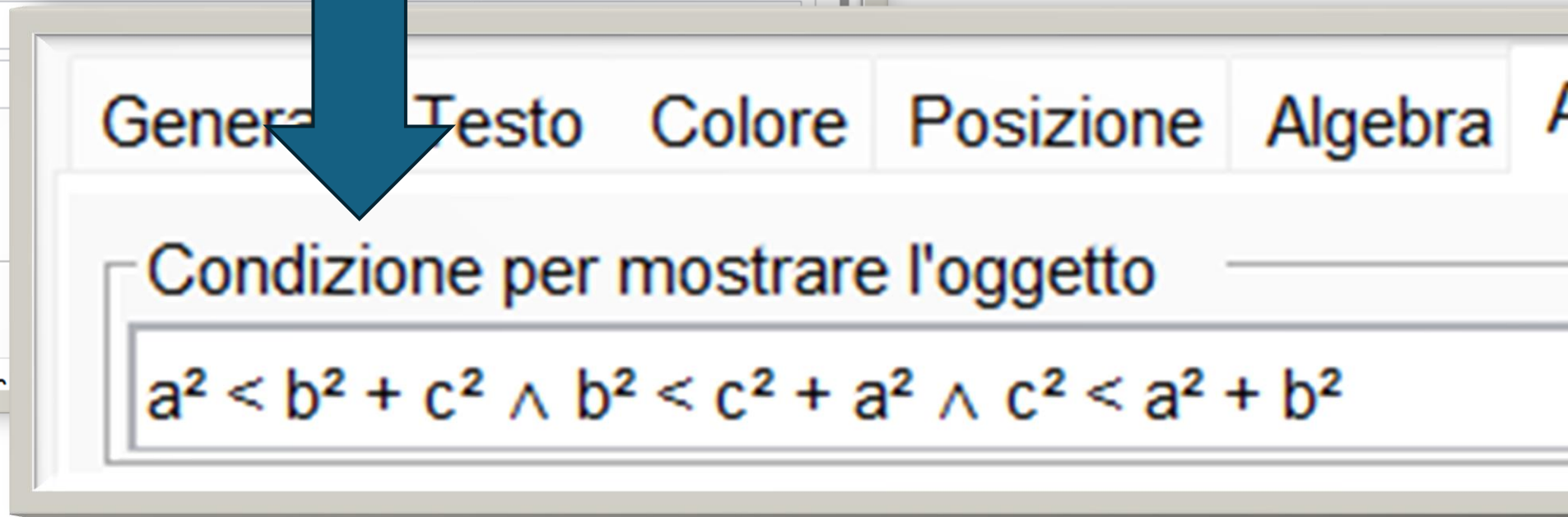
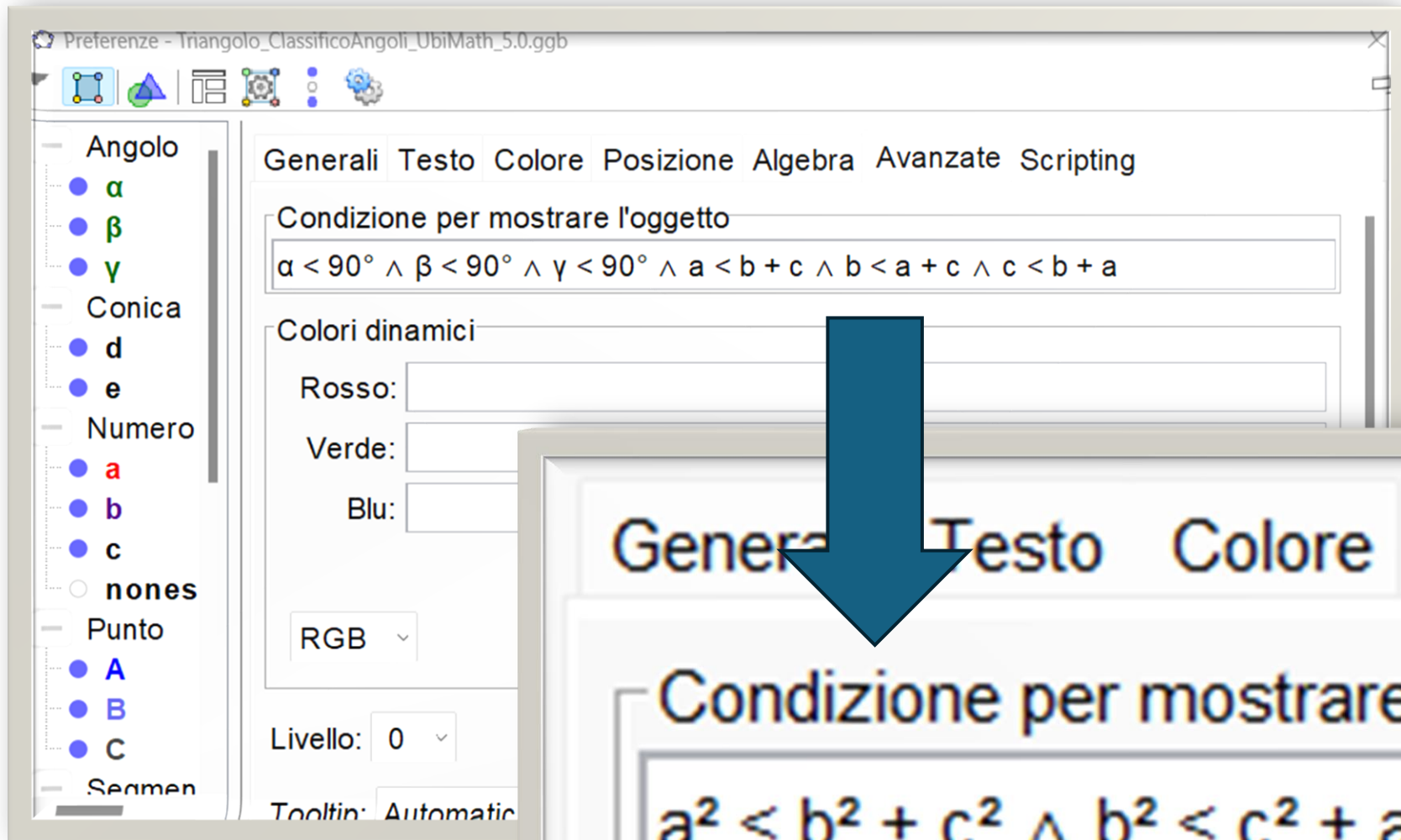
Condizione per mostrare l'oggetto

$$(a \cong b \vee b \cong c \vee a \cong c) \wedge (\neg(a + b \cong c \vee b + c \cong a \vee a + c \cong b)) \wedge (\neg(a > b + c \vee b > a + c \vee c > b + a))$$

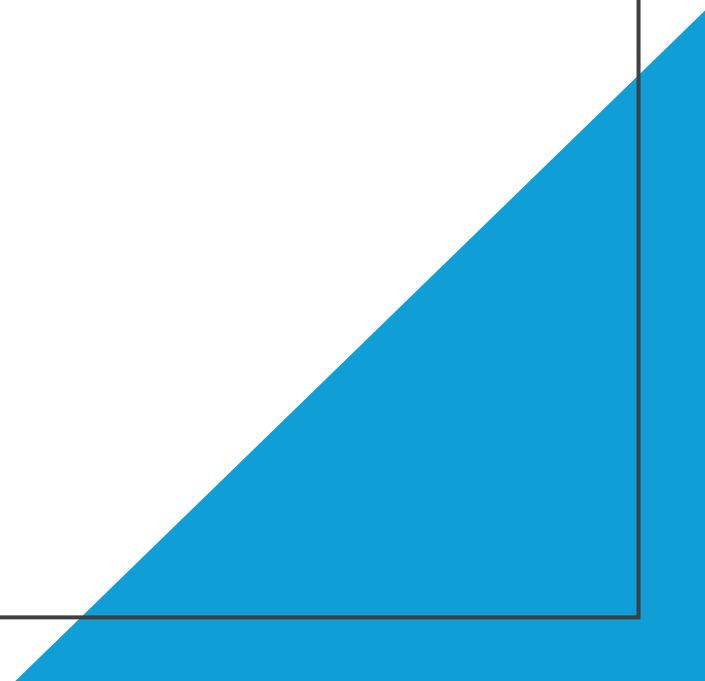
Estensione alla classe seconda



Acutangolo se...



Ulteriori sviluppi

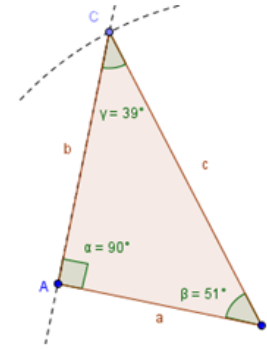


Classificazione dei triangoli in base agli angoli – Classe seconda

Un **triangolo** è **rettangolo** se il quadrato del lato maggiore è uguale alla somma dei quadrati degli altri due lati.

In un triangolo rettangolo

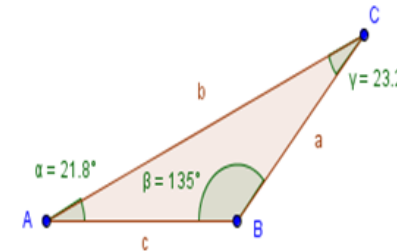
$$c^2 = a^2 + b^2$$



Un **triangolo ottusangolo** ha un angolo interno maggiore di 90° (angolo ottuso).

In un triangolo ottusangolo

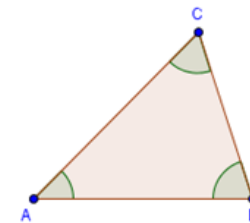
$$c^2 > a^2 + b^2$$



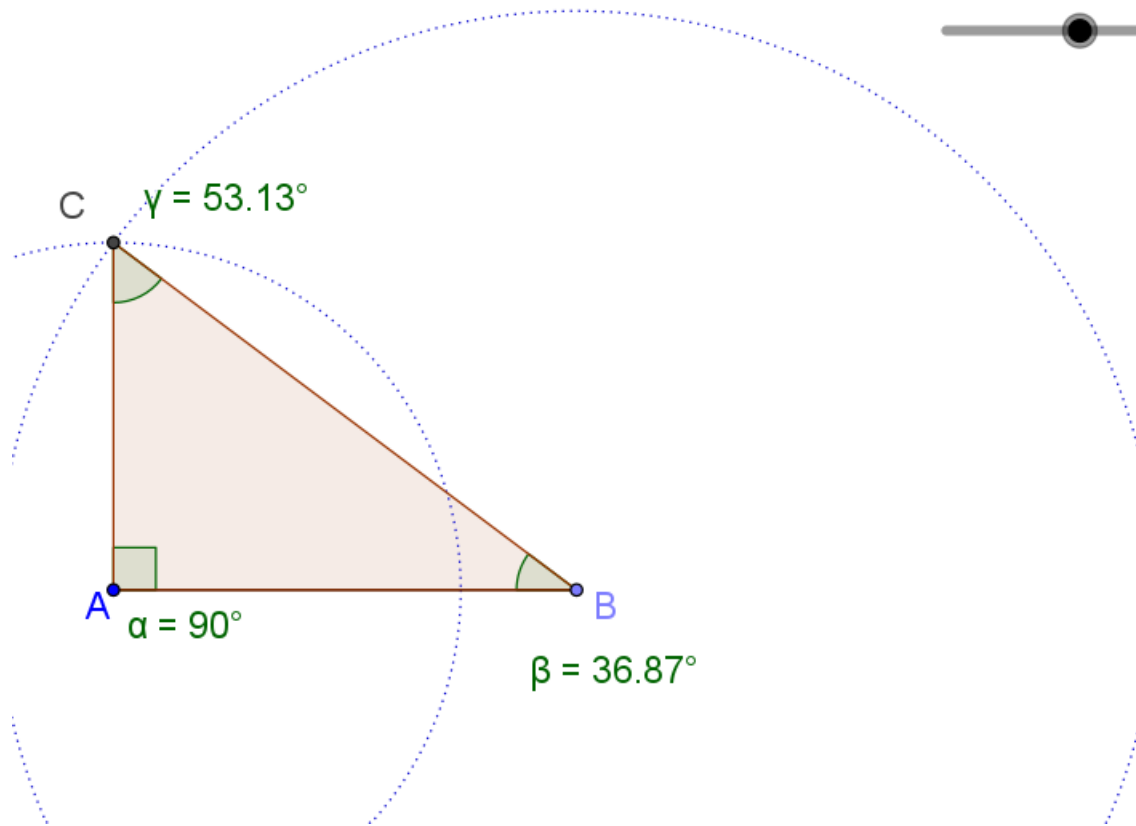
Un **triangolo acutangolo** ha tutti gli angoli interni minori di 90° (angoli acuti).

In un triangolo acutangolo

$$c^2 < a^2 + b^2$$



Triangolo rettangolo



Il triangolo è **SCALENO**

Rettangolo

$$2p=4+3+5=12$$

$$A=6$$

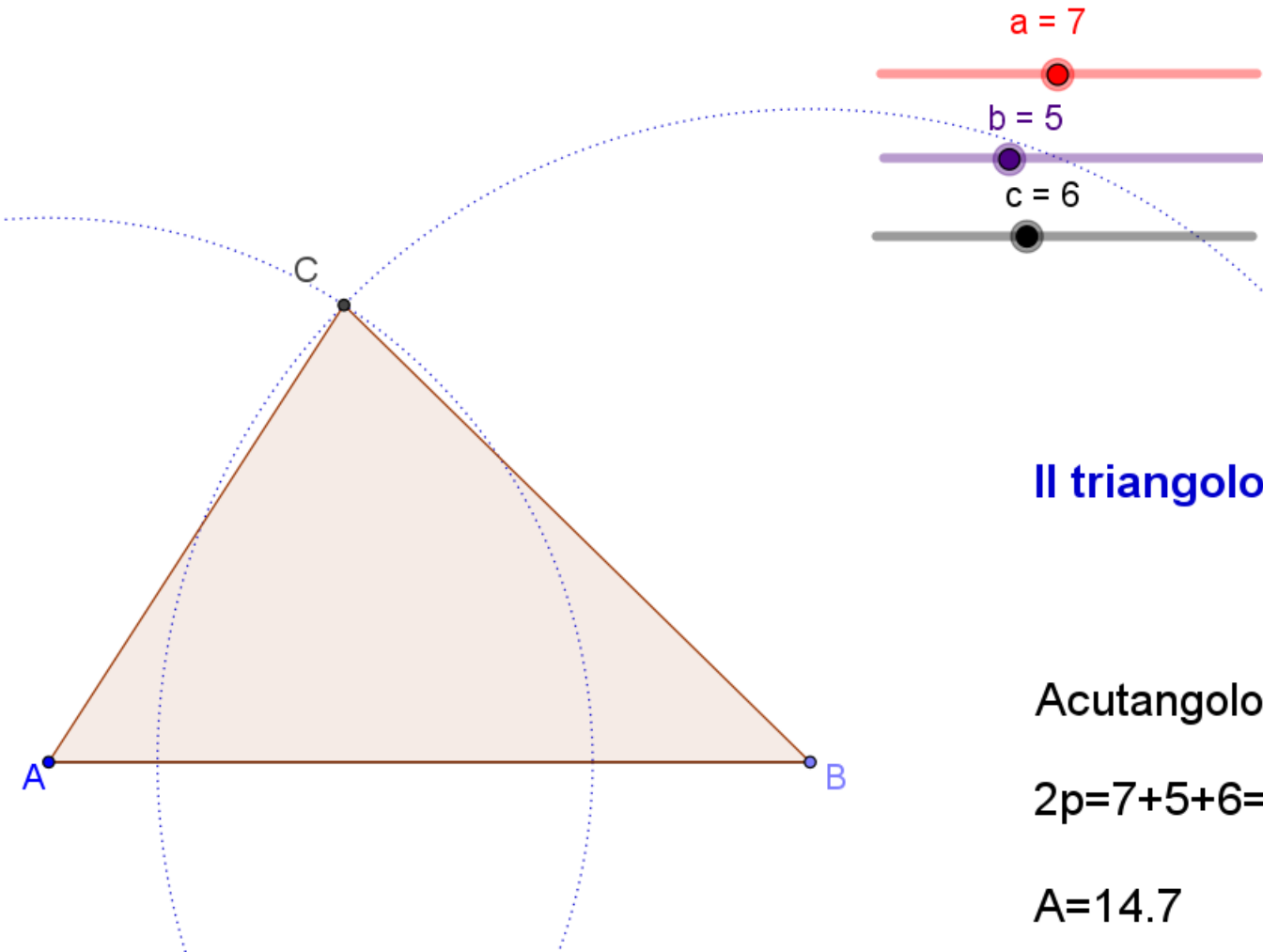
Condizione per mostrare l'oggetto

$$\alpha \neq 90^\circ \vee \beta \neq 90^\circ \vee \gamma \neq 90^\circ$$

Condizione per mostrare l'oggetto

$$a^2 \neq b^2 + c^2 \vee b^2 \neq c^2 + a^2 \vee c^2 \neq a^2 + b^2$$

Triangolo acutangolo



angoli

Il triangolo è SCALENO

Acutangolo

$$2p=7+5+6=18$$

$$A=14.7$$

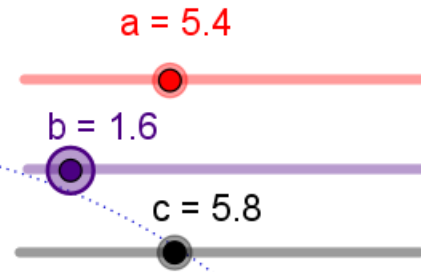
Condizione per mostrare l'oggetto

$$\alpha < 90^\circ \wedge \beta < 90^\circ \wedge \gamma < 90^\circ$$

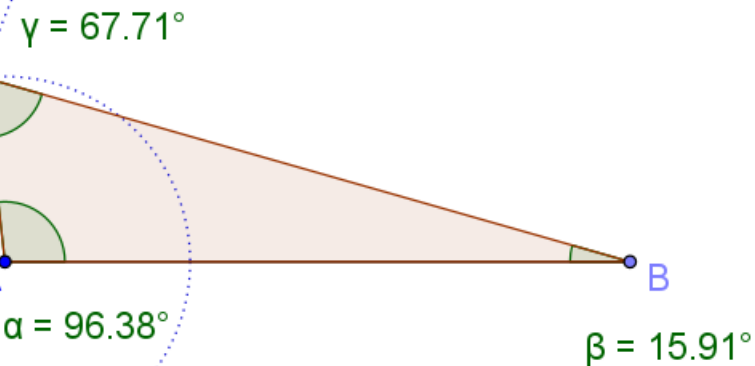
Condizione per mostrare l'oggetto

$$a^2 < b^2 + c^2 \wedge b^2 < c^2 + a^2 \wedge c^2 < a^2 + b^2$$

Triangolo ottusangolo



angoli



Il triangolo è **SCALENO**

Condizione per mostrare l'oggetto

$(a < b + c \vee b < a + c \vee c < b + a) \wedge (\alpha > 90^\circ \vee \beta > 90^\circ \vee \gamma > 90^\circ) \wedge \alpha \neq 180^\circ$

Ottusangolo

$$2p = 5.4 + 1.6 + 5.8 = 12.8$$

$$A = 4.29$$

Condizione per mostrare l'oggetto

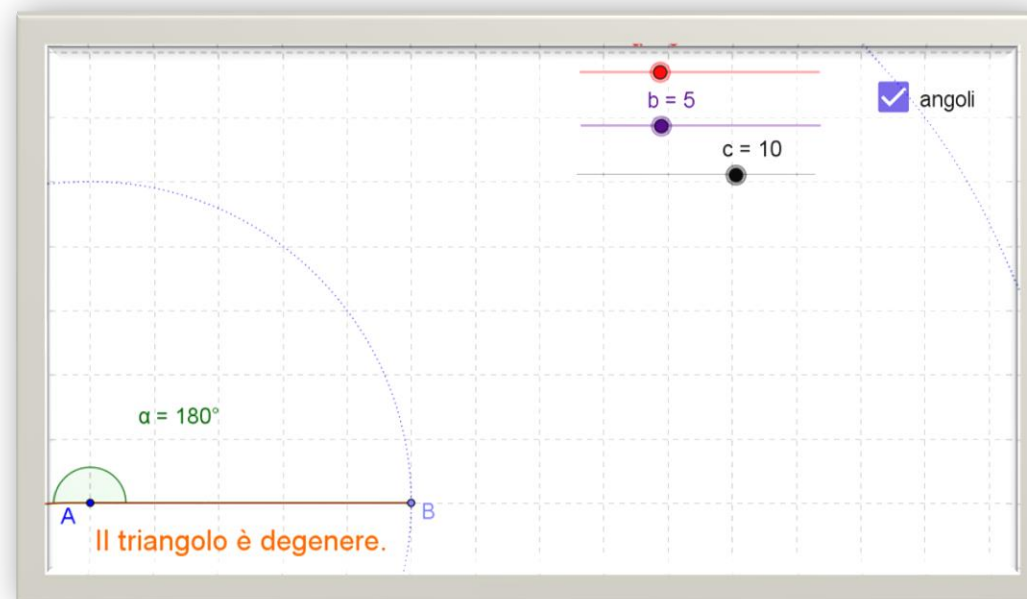
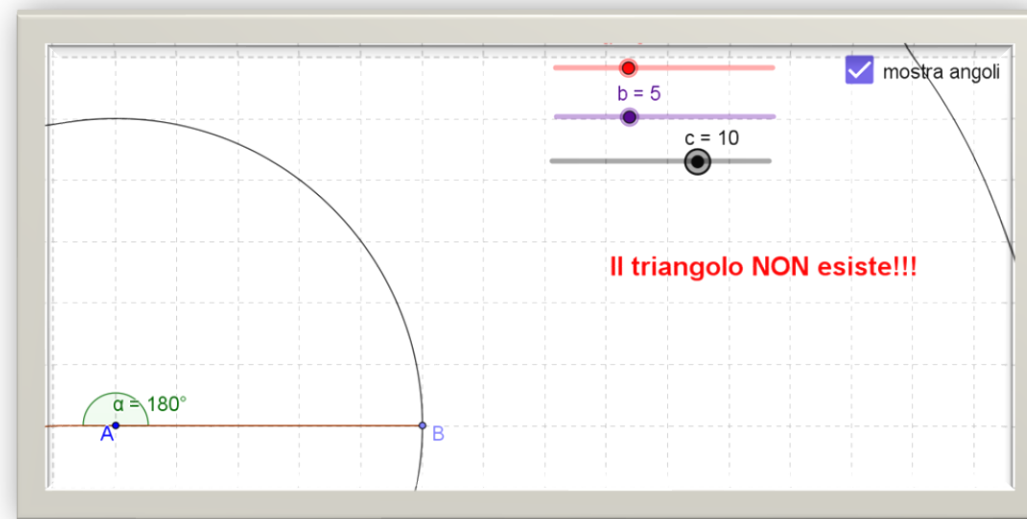
$a < b + c \wedge b < a + c \wedge c < b + a \wedge (a^2 > b^2 + c^2 \vee b^2 > c^2 + a^2 \vee c^2 > a^2 + b^2)$

triangolo degenere

- È possibile estendere a questo punto la realizzazione al caso del **triangolo degenere**.
- *Un triangolo è degenere quando presenta un angolo di 180° e gli altri due angoli hanno ampiezza nulla.*
Un triangolo è degenere quando un lato misura quanto la somma degli altri due e si riduce a un segmento.
- Basta inserire la scritta **TRIANGOLO DEGENERERE** e indicare come condizione
- $\alpha \cong 180^\circ \vee \beta \cong 180^\circ \vee \gamma \cong 180^\circ$

Condizione per mostrare l'oggetto

$$a + b \cong c \vee b + c \cong a \vee a + c \cong b$$



Triangolo_Costruibilita_Classificazione_Angoli_Lati_UbiMath_202408.ggb

File Modifica Visualizza Opzioni Strumenti Finestra Guida

Algebra Grafici

Angolo

- $\alpha = 72.09^\circ$
- $\alpha_1 = 72.09^\circ$
- $\beta = 79.5^\circ$
- $\gamma = 28.41^\circ$

Conica

- $d: (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 38.44$
- $e: (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 36$

Numero

- $a = 3$
- $b = 6.2$
- $c = 6$

Punto

- $A = (1, 1)$
- $B = (4, 1)$
- $C = (2.91, 6.9)$

Segmento

- $a_1 = 6$
- $b_1 = 3$
- $b_2 = 6.2$
- $c_1 = 3$

Testo

- testo1 = "Il triangolo NON"
- testo2 = "Il triangolo è SC/
- testo3 = "Il triangolo è ISO
- testo4 = "Il triangolo è EQL
- testo5 = "Ottusangolo"
- testo6 = "Acutangolo"
- testo7 = "Rettangolo"
- testo8 = "Il triangolo è deg

Il triangolo è SCALENO

Acutangolo

$2p = 3 + 6.2 + 6 = 15.2$

$A = 8.85$

angoli

Foglio di calcolo

$\sum_{h=0}^n x^h = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$

$D(x) = -2 + 3 + 4 \cdot 31447$

$\sqrt{a^2 + b^2} = x^2 \cdot \frac{1}{x}$

$x^2 + y^2 = ab + 4c$

$A \cap B, \quad 24 + \frac{x}{y} + \frac{a^2 + b^2}{c} + \frac{1}{x}$

$cx^2 + 1$

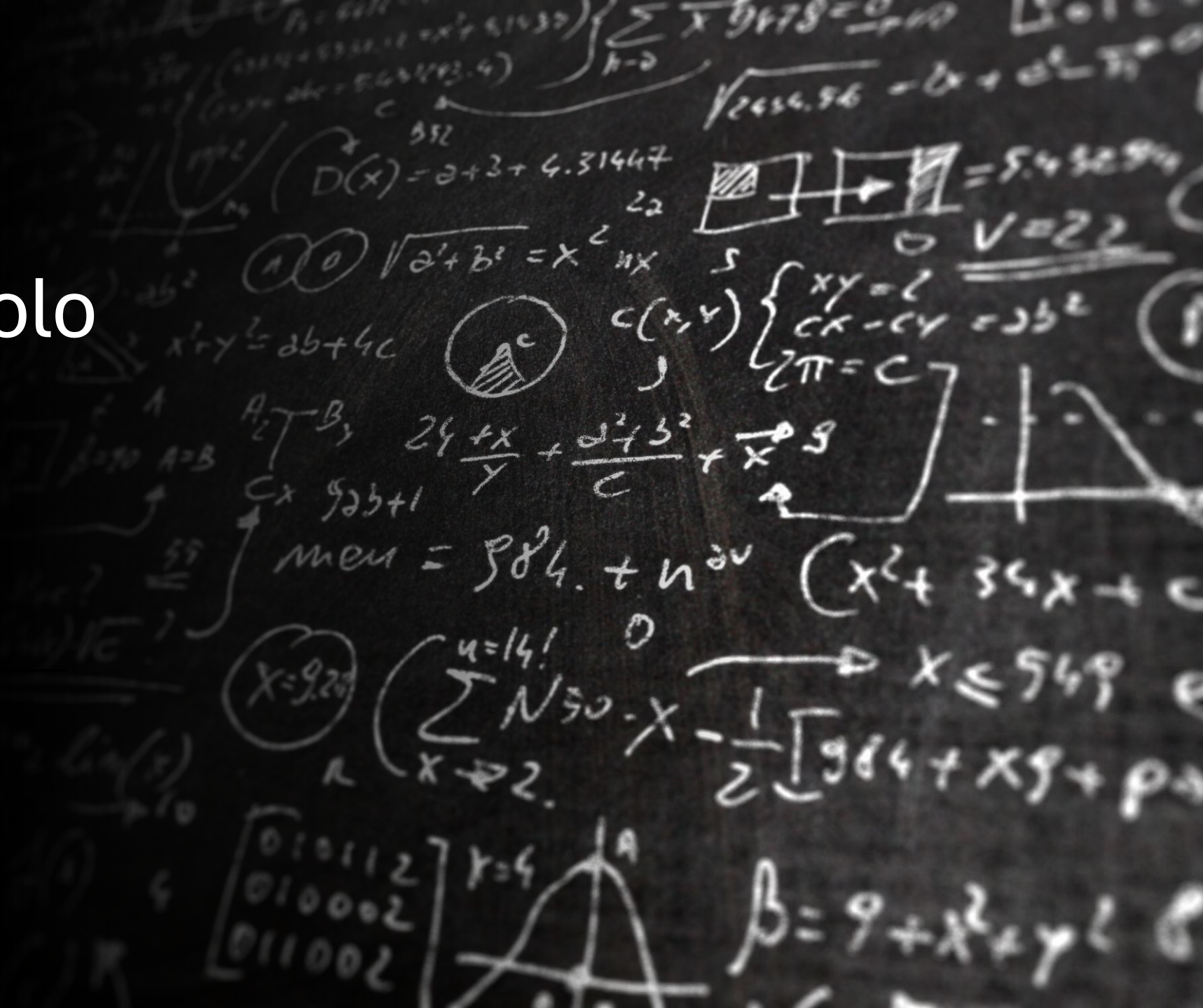
mem = 384 + u²⁰

$x = 9.22$

$\sum_{x=2}^{u=14!} N_{30} \cdot x - \frac{1}{2} [984 + x^2 + p]$

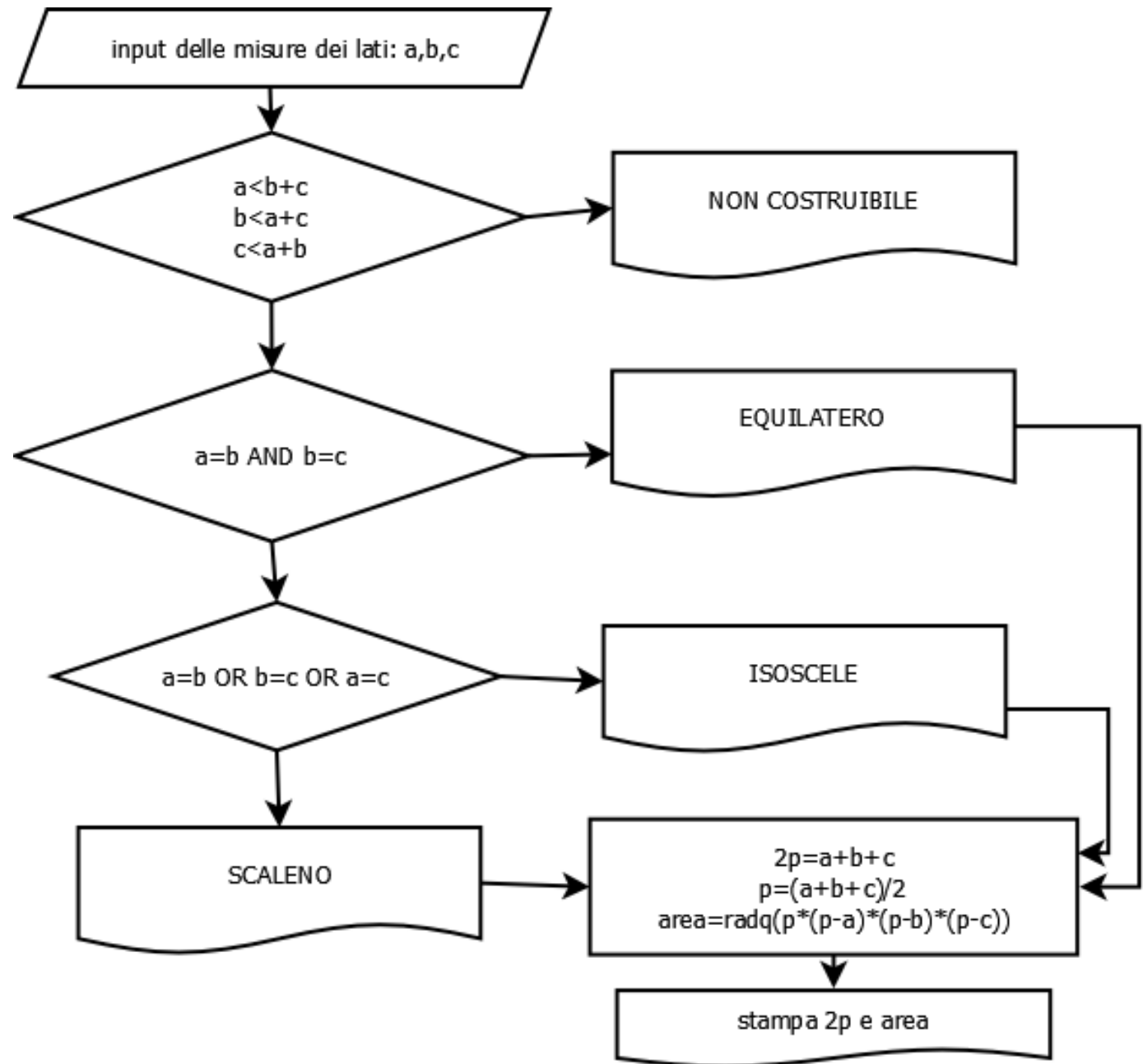
$x \leq 549$

$\beta = 9 + x^2 + y^2$



010112
010002
200010
011002

- Manca spesso la prima verifica
- Disuguaglianza triangolare va verificata
- Si parte senza poi si inserisce un valore 0 oppure le terne (2, 2, 4) e (2, 2, 5) e si ottengono area e perimetro



Foglio di calcolo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	lato	lato	lato		è un		quadrati			triangolo	se non è rettangolo
2	AB	BC	AC		triangolo?		AB ²	BC ²	AC ²	rettangolo	allora è
3	19	6	9		No		==	==	==	==	==
4	6	8	10		Sì		36	64	100	Sì	Rettangolo
5	41	13	35		Sì		1681	169	1225	No	Ottusangolo
6	18	45	31		Sì		324	2025	961	No	Ottusangolo
7	8	24	25		Sì		64	576	625	No	Acutangolo
8	12	50	24		No		==	==	==	==	==

=SE(O(A5>(B5+C5);B5>(A5+C5);C5>(A5+B5));"No"; SE(O(A5=(B5+C5);B5=(A5+C5);C5=(A5+B5)); "Degenerere";"Sì"))

- Esistenza

- =SE(O(A5>(B5+C5);B5>(A5+C5);C5>(A5+B5));"Non esiste";SE(O(A5=(B5+C5);B5=(A5+C5);C5=(A5+B5));"Degenera";"Esiste"))

- Perimetro

- =SE(E5="Esiste";A5+B5+C5;"")

- Area

- =SE(E5="Esiste";+RADQ(+H5*(+H5-A5)*(+H5-B5)*(+H5-C5));"")

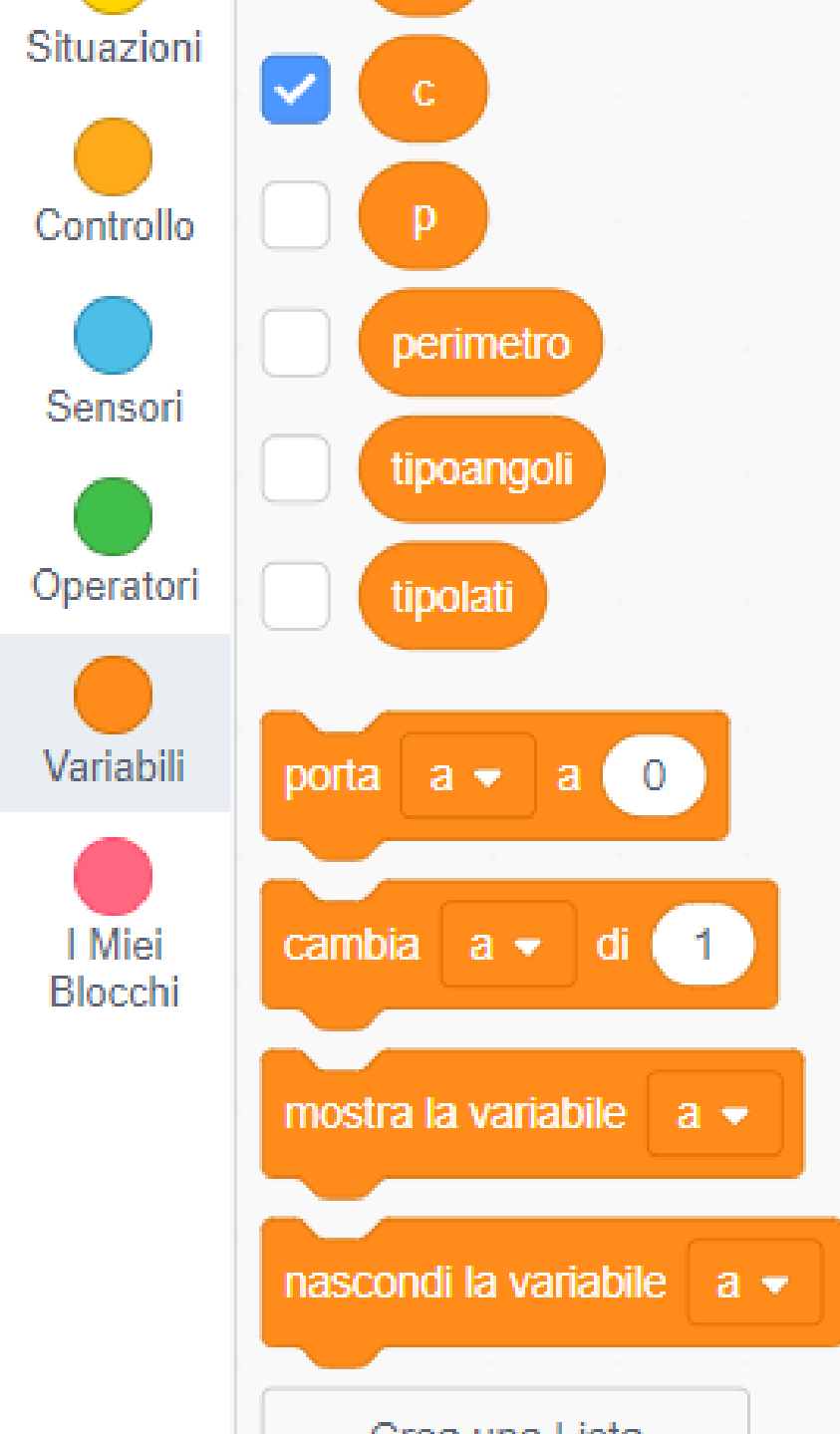
- Classifico in base ai lati
 - =SE(E5="Esiste";SE(E(A5=B5;B5=C5);"equilatero";SE(O(A5=B5;B5=C5;A5=C5);"isoscele";"scaleno"));"")
- Classifico in base agli angoli
 - =SE(E5="Esiste";+A5^2;"")
 - =SE(E5="Esiste";+B5^2;"")
 - =SE(E5="Esiste";+C5^2;"")
 - =SE(E5="Esiste";SE(O(K5=L5+M5;L5=K5+M5;M5=L5+K5);"rettangolo";SE(M5>K5+L5;"ottusangolo";"acutangolo"));"")
- Angoli... Trigonometria base

- Raggio circonferenza circoscritta
 - =SE(E5="Esiste";(A5*B5*C5)/(4*I5);"")
- Raggio circonferenza inscritta
 - =SE(E5="Esiste";(2*I5)/G5;"")
- Proiezioni
 - =SE(P5="Rettangolo";C5-RADQ(A5^2-X5^2);"")
 - =SE(P5="Rettangolo";C5-Y5;"")



Coding programmazione a blocchi





The image shows the Scratch variable block palette. On the left, there are five categories: Situazioni (yellow), Controllo (orange), Sensori (blue), Operatori (green), and Variabili (orange, highlighted). Below these are 'I Miei Blocchi' (pink) and a 'Crea una Lista' button. The main area shows a list of variables with checkboxes: 'c' (checked), 'p', 'perimetro', 'tipoangoli', and 'tipolati'. Below the list are four variable blocks: 'porta' set to 'a' with value 0, 'cambia' set to 'a' with value 1, 'mostra la variabile' set to 'a', and 'nascondi la variabile' set to 'a'.

Importanza delle variabili

- Serve introdurre le variabili come contenitori di dati usate per contenere valori che possono essere modificati nell'esecuzione di un programma.
- Le variabili Scratch sono caratterizzate, come in tutti i linguaggi di programmazione, da un nome.
- Scratch non è un linguaggio di programmazione tipizzato e le variabili non sono caratterizzate da un tipo di dato.



Importanza dei blocchi personalizzati

- Codifica più chiara
- Leggibilità
- Riduzione delle dimensioni del codice
- Minor incidenza degli errori
- Sono vere e proprie funzioni

quando si clicca su



dire

AREA E PERIMETRO DI UN TRIANGOLO QUALSIASI

per

2

secondi

input

verifico

2p

area

output

```
79 # Programma principale
80 a,b,c=dati()
81 ok=esiste(a,b,c)
82
83 if ok==1:
84     p2=perimetro(a,b,c)
85     print ("\n"+"perimetro >> "+str(p2))
86     area=erone(a,b,c)
87     print ("\n"+"area >> "+str(area))
88     classifico(a,b,c)
89     print ("\n")
90     calcoliangoli (a,b,c)
91 else:
92     print ("\n"+"Reinserire i dati di un triangolo che sia costruibile o r
93
```

definisci input

dire Inserisci, dal minore al maggiore, le misure dei lati per 2 secondi

chiedi Inserisci il valore minore e attendi

porta a a risposta

chiedi Inserisci il seondo valore e attendi

porta b a risposta

chiedi Inserisci il valore maggiore e attendi

porta c a risposta

definisci verifico

se $a + b = c$ o $a + c = b$ o $b + c = a$ allora

pensa TRIANGOLO DEGENERE per 2 secondi

dire DATI DA REINSERIRE! per 2 secondi

input_lati

altrimenti

se $a + b < c$ o $a + b = c$ allora

pensa TRIANGOLO NON COSTRUIBILE per 2 secondi

dire DATI DA REINSERIRE! per 2 secondi

input_lati

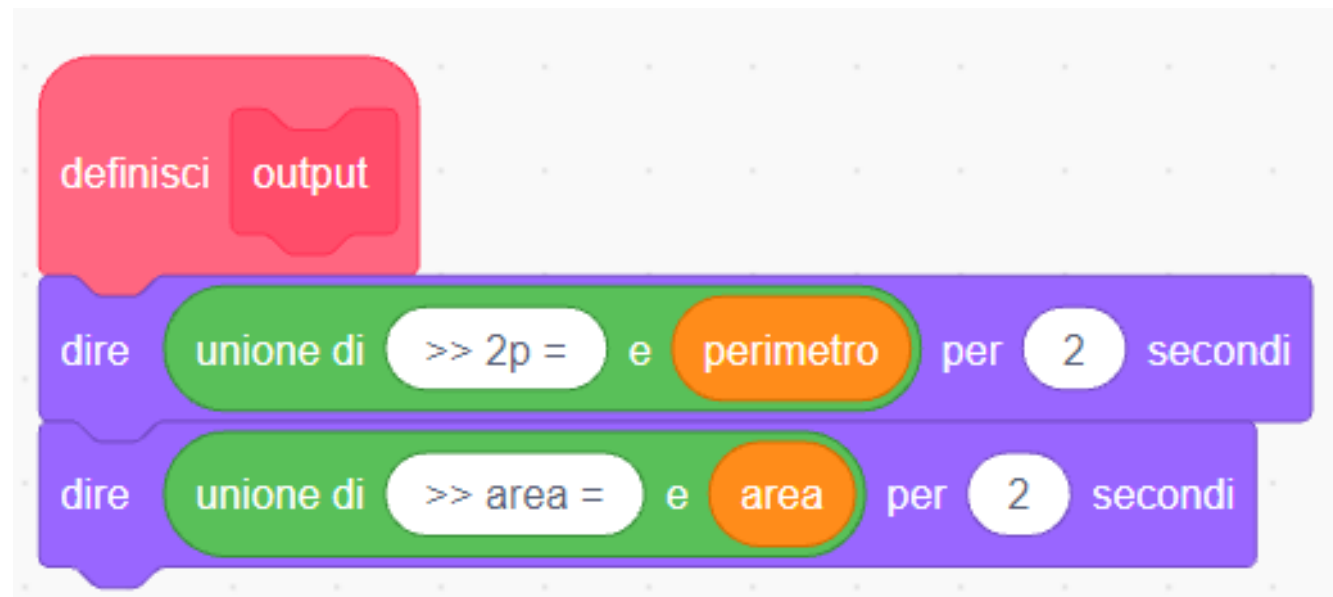
definisci 2p

porta perimetro a $a + b + c$

definisci area

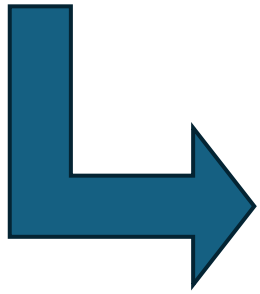
porta p a $\text{perimetro} / 2$

porta area a $\sqrt{p * (p - a) * (p - b) * (p - c)}$



Un altro passo avanti Classificazione

```
definisci lati_al_quadrato
  porta a2 a a * a
  porta b2 a b * b
  porta c2 a c * c
```



```
definisci classifica_angoli
  se a2 + b2 = c2 allora
    dire È RETTANGOLO per 3 secondi
  altrimenti
    se a2 + b2 < c2 allora
      dire È OTTUSANGOLO per 3 secondi
    altrimenti
      dire È ACUTANGOLO per 3 secondi
```

```
definisci classifco_lati
  se a = b e a = c allora
    dire Il triangolo è EQUILATERO per 2 secondi
  altrimenti
    se a = b o a = c o b = c allora
      dire Il triangolo è ISOSCELE per 2 secondi
    altrimenti
      dire Il triangolo è SCALENO per 2 secondi
```