

<i>Operazione con le frazioni</i>	<i>Esempio</i>	<i>Note e casi particolari</i>
<p>RIDUZIONE AI MINIMI TERMINI</p> <p>Per la proprietà fondamentale delle frazioni, moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore per uno stesso numero naturale, diverso da zero, si ottiene una frazione equivalente a quella data.</p> <p>Per semplificare e ridurre ai minimi termini una frazione si dividono numeratore e denominatore o usando i criteri di divisibilità più volte o per il loro M.C.D.. La frazione ridotta è detta irriducibile.</p> $\left[\frac{2}{3} \right] = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \dots \right\}$	$\frac{36^{18}}{42^{21}} = \frac{18^6}{21^7} = \frac{6}{7}$ <p>-> divido prima per 2 e poi per 3 => oppure subito per 6 che è il M.C.D. (36; 42) = 2 · 3 = 6 36 = 2² · 3² 42 = 2 · 3 · 7</p> <p>Il M.C.D. si trova scomponendo in fattori primi i termini e prendendo solo i fattori comuni con l'esponente minore.</p>	<p><i>Non sempre per l'addizione e la sottrazione occorre ridurre le frazioni.</i></p> $\frac{1}{30} + \frac{3}{15} = \frac{1}{30} + \frac{1}{5} = \frac{1+6}{30}$ <p>Non occorre ridurre 3/15 a 1/5 ($\frac{3^1}{15^1}$) essendo il mcd tra i denominatori 30.</p> $\frac{1}{30} + \frac{3}{15} = \frac{1+6}{30}$ <p>m.c.m.(30, 15) = 20</p>
<p>ADDIZIONE e SOTTRAZIONE</p> <p>Si riducono le frazioni ai minimi termini. Si trova il m.c.m. dei denominatori, il minimo comune denominatore (m.c.d.). Dividi il m.c.d. per ciascun denominatore e moltiplica il risultato per ciascun numeratore (<i>ciò significa applicare la proprietà fondamentale e ridurre tutte le frazioni allo stesso denominatore</i>). Somma per l'addizione e sottrai per la sottrazione i numeratori risultanti.</p> <p>Vedi: Confronto tra frazioni.</p>	$\frac{3}{6} + \frac{2}{15} - \frac{1}{3}$ <p>6 = 2 · 3; 15 = 3 · 5; 3 = 3 m.c.d. = m.c.m. (6,15,3) = 2 · 3 · 5 = 30</p> $\frac{3}{6} + \frac{2}{15} - \frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3 + 2 \cdot 2 - 10 \cdot 1}{30} = \frac{15 + 4 - 10}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$ <p>Il m.c.d. (m.c.m. dei denominatori), scomposti in fattori primi i denominatori, si considerano tutti i fattori una sola volta, presi con l'esponente maggiore.</p>	<p><i>La somma e la differenza di frazioni con lo stesso denominatore è immediata.</i></p> <p><i>I numeri interi è come avessero denominatore 1.</i></p> $3 + \frac{1}{2} = \frac{3}{1} + \frac{1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2}$ <p><i>La somma di frazioni opposte da come risultato zero.</i></p> $\frac{5}{7} - \frac{5}{7} = 0$
<p>MOLTIPLICAZIONE</p> <p>Il prodotto si ottiene moltiplicando: - numeratore per numeratore; - denominatore per denominatore</p> <p>In pratica per i calcoli, si esegue, se possibile, la SEMPLIFICAZIONE IN CROCE (proprietà invariantiva)</p>	$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{10^5}{18_9} = \frac{5}{9}$ <p>Allo stesso risultato si perviene semplificando in "croce"!</p> $\frac{2^1}{3} \cdot \frac{5}{6_3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$	<p><i>La moltiplicazione di due frazioni una inversa dell'altra è l'unità.</i></p> $\frac{12}{7} \cdot \frac{7}{12} = 1$ <p>Si semplificano le moltiplicazioni sia in croce sia applicando la proprietà invariantiva. La moltiplicazione è commutativa.</p>
<p>DIVISIONE</p> <p>Il quoziente di due frazioni si ottiene, nel modo più semplice, moltiplicando la prima per l'INVERSO della seconda (reciproca).</p> <p>In pratica per i calcoli, si esegue, se possibile, la SEMPLIFICAZIONE IN LINEA (proprietà invariantiva)</p> <p>FRAZIONI a termini frazionari</p> $\frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{2}{3} : \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{10^5}{18_9} = \frac{5}{9}$ <p style="text-align: center;"><i>inverso</i></p> <p>Allo stesso risultato si perviene semplificando in "linea"!</p> $\frac{2^1}{3} : \frac{5}{6_3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$	<p><i>Il quoziente di frazioni uguali è l'unità.</i></p> <p>ATTENTI a casi come questo:</p> $1 : \frac{6}{5} = \frac{5}{6}$ <p>Non si presta spesso attenzione a invertire il quoziente ottenuto se il dividendo è 1.</p> $\frac{2^1}{5^1} : \frac{6^3}{5_1} = 1 : \frac{3}{1} = 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$
<p>ELEVAMENTO a POTENZA</p> <p>La potenza si ottiene attribuendo al numeratore e al denominatore l'esponente indicato.</p> <p>Valgono tutte le proprietà note per le potenze.</p> $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$ $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3+2}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^3 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}\right)^3$ <p>...</p> $\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$ $\left(\frac{4}{5}\right)^3 : \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3-2}$ $\left(\frac{12}{5}\right)^4 : \left(\frac{6}{5}\right)^4 = \left(\frac{12}{5} : \frac{6}{5}\right)^4$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}{b \cdot b \cdot \dots \cdot b} = \frac{a^n}{b^n}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$	<p>Presta attenzione alle seguenti differenze.</p> $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \neq \frac{2^2}{3} \neq \frac{2}{3^2}$ $\frac{4}{9} \neq \frac{4}{3} \neq \frac{2}{9}$ <p>Anche per la radice quadrata e il logaritmo valgono le stesse regole.</p> $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	
<p>Esponente frazionario e radicali</p> <p>Le radici possono essere espresse in forma di potenze a esponente frazionario.</p>	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ <p>Esempio $2^{\frac{1}{2}} = 2^{0.5} = \sqrt{2}$</p> $(\sqrt{3})^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 3^{\frac{1}{2} \cdot 2} = 3^1 = 3$	<p>Considera, infatti, che la radice è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza e che si può estendere la proprietà della potenza di potenza agli esponenti frazionari.</p>