Metodi risolutivi per i sistemi lineari a confronto

Sistema 1

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 4x + 2y = 36 \end{cases}$$

Metodo di sostituzione

Metodo del confronto

Metodo di riduzione

Metodo di Cramer

Metodo grafico

Sistema 2

$$\begin{cases} 6x + 2y = 3 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$

Metodo di sostituzione

Metodo del confronto

Metodo di riduzione

Metodo di Cramer

Metodo grafico

Sistema 3

$$\begin{cases} x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

Metodo di sostituzione

Metodo del confronto

Metodo di riduzione

Metodo di Cramer

Metodo grafico

Sistema 4

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4x + 8y = 10 \end{cases}$$

soluzione

Sistema 5

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4x + 8y = 12 \end{cases}$$

soluzione

Sistema 5

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y - 2z = 2 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$$

soluzione

SOLUZIONI

Sistema 1.

Metodo di sostituzione

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 4x + 2y = 36 \end{cases}$$

Si tratta di esprimere una delle due equazioni in funzione di una delle due incognite e di sostituire l'espressione ottenuta nell'altra equazione ottenendo così una equazione in una incognita.

È il metodo più semplice e generale.

La scelta dell'incognita da isolare è indifferente ma, per comodità di calcolo, si conviene di privilegiare l'equazione più semplice e il termine col coefficiente più semplice.

Dalla prima equazione ottengo

$x + y = 13$

$y = 13 - x$

Per sostituzione nella seconda

$4x + 2y = 36$

$4x + 2(13 - x) = 36$

$4x \mp 26 - 2x = 36$

$2x = 36 - 26$

$x = \frac{10}{2} = 5$

Quindi

$y = 13 - x = 13 - 5 = 8$

Sistema 1.

Metodo del confronto

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 4x + 2y = 36 \end{cases}$$

Si tratta di esprimere ambedue le equazioni in funzione di una delle due incognite e di uguagliare le due espressioni ottenendo una equazione in una incognita.

Metodo applicabile solo con due equazioni e due incognite.

Dalla prima ottengo

$x + y = 13$

$y = 13 - x$

Dalla seconda ottengo

$4x + 2y = 36$

$y = 18 - 2x$

Posso ora passare al confronto tra

$y = 13 - x$

$y = 18 - 2x$

Da cui

$13 - x = 18 - 2x$

$x = 18 - 13$

$x = 5$

Quindi

$y = 13 - x = 13 - 5 = 8$

Sistema 1.

Metodo di riduzione

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 4x + 2y = 36 \end{cases}$$

Si tratta di elidere una delle due incognite moltiplicando i termini in modo che i termini di una stessa incognita siano gli stessi. Sottraendo o sommando membro a membro ottenendo una equazione in una incognita.

Si conviene di moltiplicare tutti i termini della prima per 2.

$$2 \cdot x + 2 \cdot y = 2 \cdot 13$$

$$4x + 2y = 36$$

$$2x + 2y = 26$$

$$4x + 2y = 36$$

Sottraendo membro a membro

$$2x = 36 - 26$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

Sostituisco il valore trovato nella prima equazione

$$x + y = 13$$

$$5 + y = 13$$

$$y = 13 - 5 = 8$$

Sistema 1.

Metodo di Cramer

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 4x + 2y = 36 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 1 \cdot 4 = 2 - 4 = -2$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ c_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 13 & 1 \\ 36 & 2 \end{vmatrix} = 13 \cdot 2 - 1 \cdot 36 = 26 - 36 = -10$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 13 \\ 4 & 36 \end{vmatrix} = 1 \cdot 36 - 4 \cdot 13 = 36 - 52 = -16$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-10}{-2} = 5$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-16}{-2} = 8$$

Sistema 1.

Metodo grafico

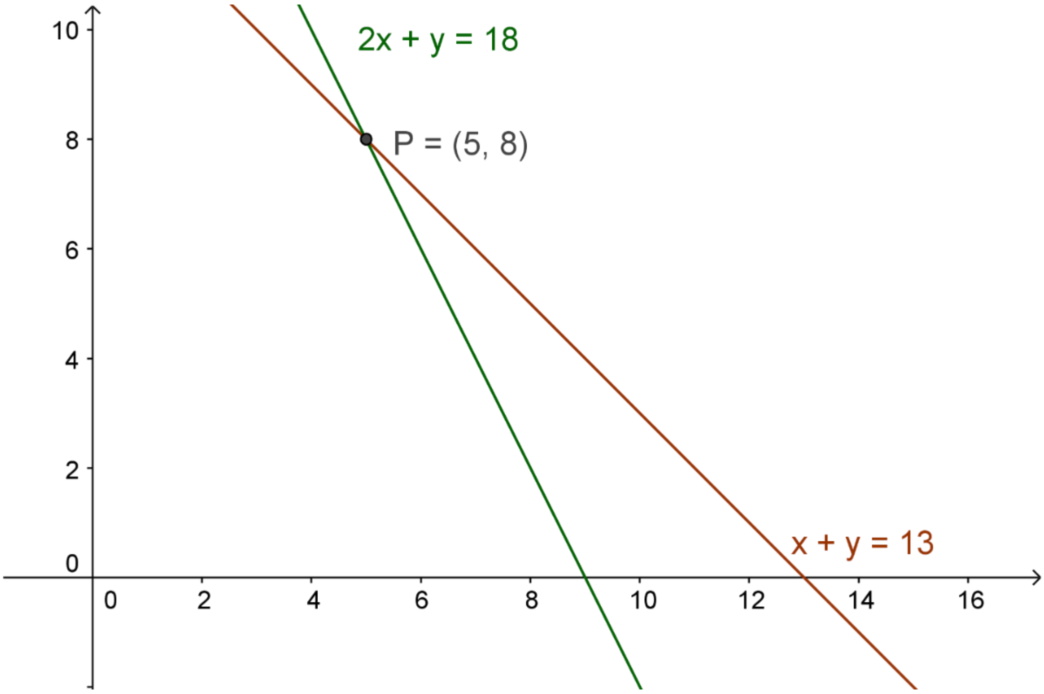
Si tratta di tracciare le rette corrispondenti con l'avvertenza seguente.

Il sistema è indeterminato se ha infinte soluzioni e le rette pertanto coincidono.

Il sistema è impossibile se ha non ha soluzioni e le rette sono pertanto parallele.

Nel nostro caso le rette sono incidenti e il sistema è determinato e le coordinate del punto di incontro sono la soluzione del sistema.

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 4x + 2y = 36 \end{cases}$$



In questo caso le rette sono incidenti e il sistema è, quindi, **determinato**.

$$a_1x + b_1y = c_1 \nparallel a_2x + b_2y = c_2 \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se le rette fossero parallele il sistema sarebbe impossibile.

$$a_1x + b_1y = c_1 \parallel a_2x + b_2y = c_2 \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se le rette fossero coincidenti il sistema sarebbe indeterminato.

$$a_1x + b_1y = c_1 = a_2x + b_2y = c_2 \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Sistema 2.

Metodo di sostituzione

$$\begin{cases} 6x + 2y = 3 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$

Si tratta di esprimere una delle due equazioni in funzione di una delle due incognite e di sostituire l'espressione ottenuta nell'altra equazione ottenendo così una equazione in una incognita.

È il metodo più semplice e generale.

La scelta dell'incognita da isolare è indifferente ma, per comodità di calcolo, si conviene di privilegiare l'equazione più semplice e il termine col coefficiente più semplice.

Dalla prima equazione ottengo

$$6x + 2y = 3$$

$$y = \frac{3}{2} - \frac{6}{2}x = \frac{3}{2} - 3x$$

Per sostituzione nella seconda

$$3x - 4y = -1$$

$$3x - 4\left(\frac{3}{2} - 3x\right) = -1$$

$$3x - 6 + 12x = -1$$

$$15x = -1 + 6$$

$$x = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Quindi

$$y = \frac{3}{2} - 3x = \frac{3}{2} - 3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

Sistema 2.

Metodo del confronto

$$\begin{cases} 6x + 2y = 3 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$

Si tratta di esprimere ambedue le equazioni in funzione di una delle due incognite e di uguagliare le due espressioni ottenendo una equazione in una incognita.

Metodo applicabile solo con due equazioni e due incognite.

Dalla prima ottengo

$$6x + 2y = 3$$

$$y = \frac{3}{2} - \frac{6}{2}x = \frac{3}{2} - 3x$$

Dalla seconda ottengo

$$3x - 4y = -1$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$$

Posso ora passare al confronto tra

$$y = \frac{3}{2} - 3x$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$$

Da cui

$$\frac{3}{2} - 3x = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$6 - 12x = 3x + 1$$

$$-12x - 3x = 1 - 6$$

$$-15x = -5$$

$$15x = 5$$

$$x = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Quindi

$$y = \frac{3}{2} - 3x = \frac{3}{2} - 3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

Sistema 2.

Metodo di riduzione

$$\begin{cases} 6x + 2y = 3 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$

Si tratta di elidere una delle due incognite moltiplicando i termini in modo che i termini di una stessa incognita siano gli stessi. Sottraendo o sommando membro a membro ottenendo una equazione in una incognita.

Si conviene di moltiplicare tutti i termini della prima per 2.

$$2 \cdot 6x + 2 \cdot 2y = 2 \cdot 3$$

$$3x - 4y = -1$$

$$12x + 4y = 6$$

$$3x - 4y = -1$$

Sommando membro a membro

$$15x = 5$$

$$x = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Sostituisco il valore trovato nella prima equazione

$$6 \cdot \frac{1}{3} + 2y = 3$$

$$2y = 3 - 2$$

$$y = \frac{1}{2}$$

Sistema 2.

Metodo di Cramer

$$\begin{cases} 6x + 2y = 3 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = 6 \cdot (-4) - 3 \cdot 2 = -24 - 6 = -30$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ c_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-4) - 2 \cdot (-1) = -12 + 2 = -10$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 6 \cdot (-1) - 3 \cdot 3 = -6 - 9 = -15$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-10}{-30} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-15}{-30} = \frac{1}{2}$$

Sistema 2.

Metodo grafico

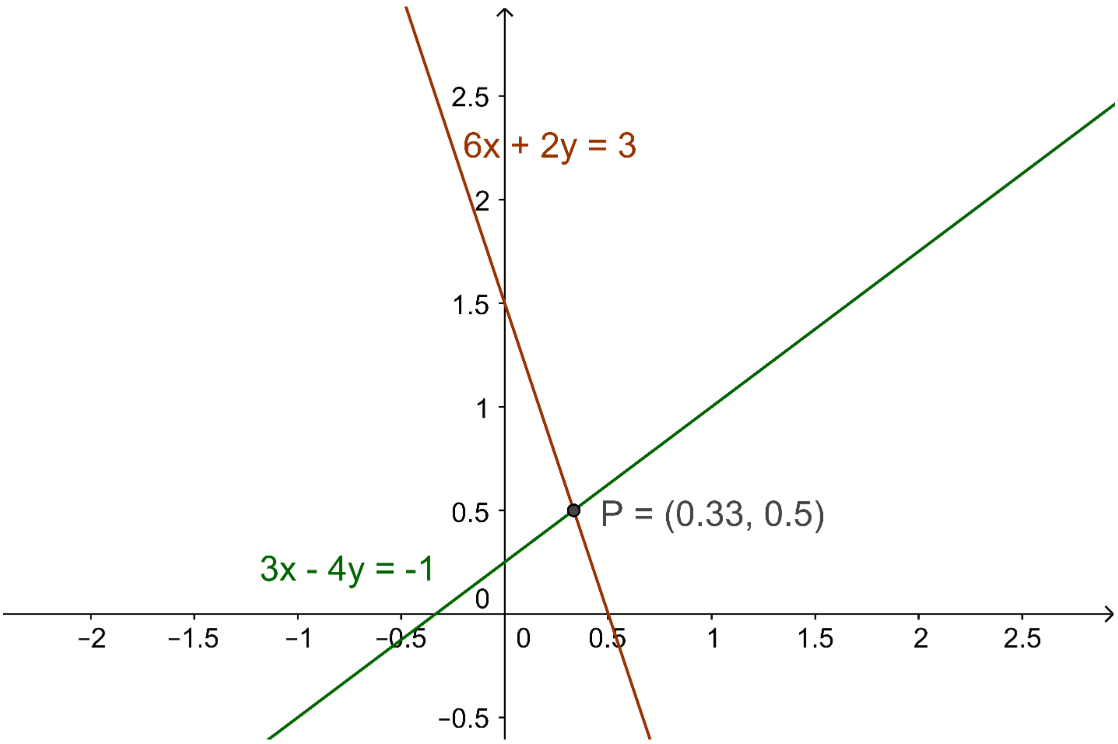
Si tratta di tracciare le rette corrispondenti con l'avvertenza seguente.

Il sistema è indeterminato se ha infinte soluzioni e le rette pertanto coincidono.

Il sistema è impossibile se ha non ha soluzioni e le rette sono pertanto parallele.

Nel nostro caso le rette sono incidenti e il sistema è determinato e le coordinate del punto di incontro sono la soluzione del sistema.

$$\begin{cases} 6x + 2y = 3 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$



In questo caso le rette sono incidenti e il sistema è, quindi, **determinato**.

$$a_1x + b_1y = c_1 \nparallel a_2x + b_2y = c_2 \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se le rette fossero parallele il sistema sarebbe impossibile.

$$a_1x + b_1y = c_1 \parallel a_2x + b_2y = c_2 \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se le rette fossero coincidenti il sistema sarebbe indeterminato.

$$a_1x + b_1y = c_1 = a_2x + b_2y = c_2 \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Sistema 3.

Metodo di sostituzione

$$\begin{cases} x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

Si tratta di esprimere una delle due equazioni in funzione di una delle due incognite e di sostituire l’espressione ottenuta nell’altra equazione ottenendo così una equazione in una incognita.

È il metodo più semplice e generale.

La scelta dell’incognita da isolare è indifferente ma, per comodità di calcolo, si conviene di privilegiare l’equazione più semplice e il termine col coefficiente più semplice.

Dalla prima equazione ottengo

$x - 3y = 6 \rightarrow x = 3y + 6$

Per sostituzione nella seconda

$2x + 5y = 1$

$2(3y + 6) + 5y = 1$

$6y + 12 + 5y = 1$

$11y = 1 - 12$

$$y = \frac{-11}{11} = -1$$

Quindi

$x = 3y + 6 = 3(-1) + 6 = -3 + 6 = 3$

Sistema 3.

Metodo del confronto

$$\begin{cases} x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

Si tratta di esprimere ambedue le equazioni in funzione di una delle due incognite e di uguagliare le due espressioni ottenendo una equazione in una incognita.

Metodo applicabile solo con due equazioni e due incognite.

Dalla prima ottengo

$$x - 3y = 6 \rightarrow x = 3y + 6$$

Dalla seconda ottengo

$$2x + 5y = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}y$$

Posso ora passare al confronto tra

Da cui

$$3y + 6 = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}y$$

$$6y + 5y = 1 - 12$$

$$11y = -11 \rightarrow y = -1$$

Quindi

$$x = 3y + 6 = 3(-1) + 6 = -3 + 6 = 3$$

Sistema 3.

Metodo di riduzione

$$\begin{cases} x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

Si tratta di elidere una delle due incognite moltiplicando i termini in modo che i termini di una stessa incognita siano gli stessi. Sottraendo o sommando membro a membro ottenendo una equazione in una incognita.

Si conviene di moltiplicare tutti i termini della prima per 2.

$2 \cdot x - 2 \cdot 3y = 2 \cdot 6$

$2x - 6y = 12$

$2x - 6y = 12$

$2x + 5y = 1$

Sottraendo membro a membro

$-y = 11$

$y = -11$

Sostituisco il valore trovato nella prima equazione

$x - 3y = 6$

$x - 3(-1) = 6$

$x = 6 - 3 = 3$

Sistema 3.

Metodo di Cramer

$$\begin{cases} x-3y=6 \\ 2x+5y=1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 1\cdot 5 - 2\cdot(-3) = 5+6 = 11$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ c_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 6\cdot 5 - 1\cdot(-3) = 30+3 = 33$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot 1 - 6\cdot 2 = 1-12 = -11$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{33}{11} = 3$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-11}{11} = -1$$

Sistema 3.

Metodo grafico

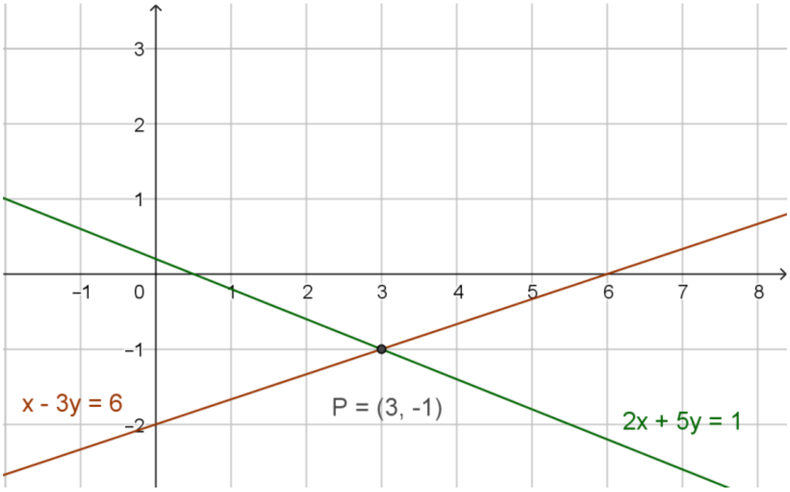
Si tratta di tracciare le rette corrispondenti con l'avvertenza seguente.

Il sistema è indeterminato se ha infinte soluzioni e le rette pertanto coincidono.

Il sistema è impossibile se ha non ha soluzioni e le rette sono pertanto parallele.

Nel nostro caso le rette sono incidenti e il sistema è determinato e le coordinate del punto di incontro sono la soluzione del sistema.

$$\begin{cases} x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$



In questo caso le rette sono incidenti e il sistema è, quindi, **determinato**.

$$a_1x + b_1y = c_1 \nparallel a_2x + b_2y = c_2 \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se le rette fossero parallele il sistema sarebbe impossibile.

$$a_1x + b_1y = c_1 \parallel a_2x + b_2y = c_2 \quad \rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se le rette fossero coincidenti il sistema sarebbe indeterminato.

Sistema 4.

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4x + 8y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4(3 - 2y) + 8y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 12 - 8y + 8y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 0y = -2 \end{cases}$$

Il sistema è impossibile

Metodo di Cramer

$x + 2y = 3$

$4x + 8y = 10$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 1 \cdot 8 - 2 \cdot 4 = 8 - 8 = 0$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ c_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 10 = 24 - 20 = 4$$

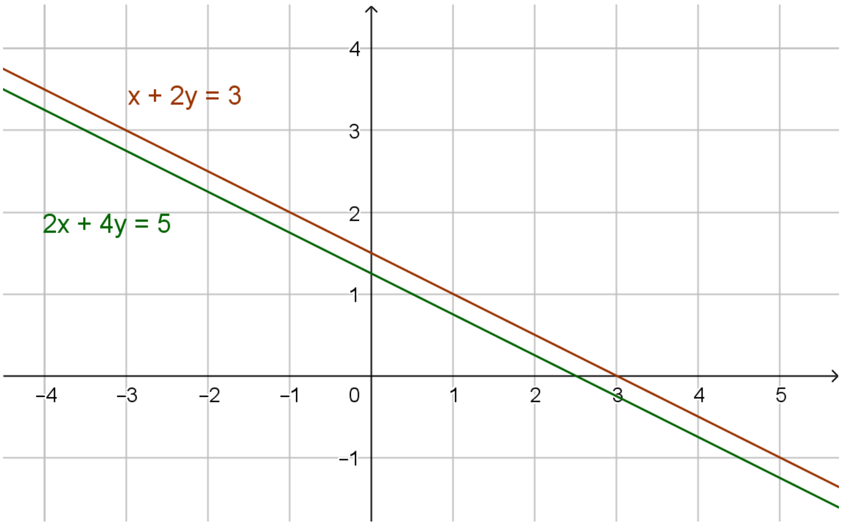
$$\Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 10 \end{vmatrix} = 1 \cdot 10 - 3 \cdot 4 = 10 - 12 = -2$$

Il sistema è impossibile.

$\Delta = 0 \wedge \Delta x \neq 0 \wedge \Delta y \neq 0$

Lo sarebbe con $\Delta = 0$ anche se uno tra Δx e Δy fosse diverso da zero

Metodo grafico



Le rette sono parallele!

Metodo di riduzione

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4x + 8y = 10 \end{cases}$$

Si conviene di moltiplicare tutti i termini della prima per 4.

$x + 2y = 3 \rightarrow 4x + 8y = 12$

$4x + 8y = 12$

$4x + 8y = 10$

Sottraendo membro a membro

$0x + 0y = 2$

Il sistema è impossibile.

Sistema 5

Metodo di sostituzione

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4x + 8y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4(3 - 2y) + 8y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 12 - 8y + 8y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 0y = 0 \end{cases}$$

Il sistema è indeterminato.

Metodo di Cramer

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4x + 8y = 12 \end{cases}$$

$x + 2y = 3$

$4x + 8y = 12$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 1 \cdot 8 - 2 \cdot 4 = 8 - 8 = 0$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c & b \\ c_1 & b_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 12 & 8 \end{vmatrix} = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 12 = 24 - 24 = 0$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 12 \end{vmatrix} = 1 \cdot 12 - 3 \cdot 4 = 12 - 12 = 0$$

Il sistema è indeterminato.

$\Delta = 0 \wedge \Delta x = 0 \wedge \Delta y = 0$

Lo è con $\Delta = 0$ essendo sia Δx sia Δy uguali a zero.

Metodo di riduzione

$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ 4x + 8y = 12 \end{cases}$$

$x = 3 - 2y$

Si conviene di moltiplicare tutti i termini della prima per 4.

$4x = 12 - 8y \rightarrow 4x + 8y = 12$

Abbiamo due equazioni uguali.

Sottraendo, infatti, membro a membro

$0x + 0y = 0$

Il sistema è indeterminato.

Sistema 6

Metodo di sostituzione

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y - 2z = 2 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - y - z \\ 3 - y - z - y - 2z = 2 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - y - z \\ 3 - y - z - y - 2z = 2 \\ 2(3 - y - z) + y + z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - y - z \\ -2y - 3z = -1 \\ -y - z = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - y - z \\ -2(5 - z) - 3z = -1 \\ y = 5 - z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - y - z \\ z = -9 \\ y = 5 - z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - 14 + 9 = -2 \\ z = -9 \\ y = 5 - (-9) = 14 \end{cases}$$

Metodo di Cramer

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y-2z=2 \\ 2x+y+z=1 \end{cases}$$

Serve considerare la matrice incompleta, di cui calcoliamo subito il determinante, e completa del sistema da cui eliminare di volta in volta la colonna delle x, poi delle y e delle z cui sostituire di volta in volta quella dei termini noti.

Matrice incompleta del sistema

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{vmatrix} = a_{1,1}\cdot\begin{vmatrix} a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,2} & a_{3,3} \end{vmatrix} - a_{1,2}\cdot\begin{vmatrix} a_{2,1} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,3} \end{vmatrix} + a_{1,3}\cdot\begin{vmatrix} a_{2,1} & a_{2,2} \\ a_{3,1} & a_{3,2} \end{vmatrix}$$

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1\cdot\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 1\cdot\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1-5+3=-1$$

$$completa=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Per calcolare il valore della x devo scrivere una frazione con al numeratore il determinante della matrice ottenuta sostituendo alla colonna delle x la colonna dei termini noti e al denominatore il determinante della matrice incompleta.

$$\Delta x=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \rightarrow x=\frac{\Delta x}{\Delta}=\frac{2}{-1}=-2$$

Per calcolare il valore della y devo scrivere una frazione con al numeratore il determinante della matrice ottenuta sostituendo alla colonna delle y la colonna dei termini noti e al denominatore il determinante della matrice incompleta.

$$\Delta y=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -14 \rightarrow y=\frac{\Delta y}{\Delta}=\frac{-14}{-1}=14$$

Per calcolare il valore della z devo scrivere una frazione con al numeratore il determinante della matrice ottenuta sostituendo alla colonna delle z la colonna dei termini noti e al denominatore il determinante della matrice incompleta.

$$\Delta z=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 9 \rightarrow z=\frac{\Delta z}{\Delta}=\frac{9}{-1}=-9$$

Il sistema è determinato.